

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)**

---

**Информатика и ИКТ (Информатика и основы программирования)**  
*Открытый билет*

***Вариант 1***

*(с решениями)*

**Вопрос 1**

Сколько значащих нулей в двоичной записи восьмеричного числа  $157535_8$ ?

**Решение**

Составим таблицу соответствия записи первых восьми цифр в разных системах счисления.

Десятичная	Двоичная	Восьмеричная
0	000	0
1	001	1
2	010	2
3	011	3
4	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7

Заменим в числе  $157535_8$  каждую цифру ее двоичным эквивалентом из таблицы.

001 101 111 101 011 101<sub>2</sub>

Крайние слева нули не являются значащими. Поэтому их можно убрать.  
Остается четыре нуля.

**Правильный ответ:** 4.

(5 баллов)

## Вопрос 2

Сколько существует натуральных чисел  $N$ , для которых выполняется неравенство  $A8_{16} < N < 10110001_2$ ? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

### Решение

Приведем оба числа к одной системе счисления.

Составим таблицу соответствия записи первых шестнадцати чисел в разных системах счисления.

Десятичная	Двоичная	Шестнадцатеричная
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

Заменим в числе  $A8_{16}$  каждую цифру ее двоичным эквивалентом:

$$1010\ 1000_2.$$

Вычтем из  $10110001_2$  полученное число.

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1 \\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0 \\ \hline 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1 \end{array}$$

Так как неравенство строгое, необходимо вычесть еще единицу. В результате получим:  $1000_2$ .

**Правильный ответ:** 8.

(5 баллов)

### Вопрос 3

Вычислите выражение:  $20321_4 + 315_7 - 77_9$ . Ответ дайте в десятичной системе счисления.

### Решение

Приведем все числа к одной системе счисления. Удобнее всего пользоваться десятичной системой.

$$20321_4 \Rightarrow 2 \cdot 4^4 + 0 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 = 512 + 48 + 8 + 1 = 569_{10}$$

$$315_7 \Rightarrow 3 \cdot 7^2 + 1 \cdot 7^1 + 5 \cdot 7^0 = 147 + 7 + 5 = 159_{10}$$

$$77_9 \Rightarrow 7 \cdot 9^1 + 7 \cdot 9^0 = 63 + 7 = 70_{10}$$

Подставляем в исходное выражение и вычисляем:

$$569 + 159 - 70 = 658.$$

**Правильный ответ:** 658.

(5 баллов)

#### **Вопрос 4**

Значение арифметического выражения  $9^{11} + 3^7 - 3$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр 2 содержится в этой записи?

#### **Решение**

Число  $9^{11}$  можно записать как  $3^{22}$ . В троичной системе счисления это будет выглядеть как единица и двадцать два нуля:

$$1000000000000000000000_3.$$

Число  $3^7$  в троичной системе счисления:  $10000000_3$ . Сложим его с предыдущим числом и получим:

$$10000000000010000000_3.$$

Вычитаем  $10_3$ .

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ \underline{-} \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 0 \\ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 0 \end{array}$$

Считаем количество двоек в результате.

**Правильный ответ:** 6.

(5 баллов)

#### **Вопрос 5**

Найдите среднее арифметическое чисел  $247_8$ ,  $82_{16}$  и  $1001000_2$ . Ответ представьте в десятичной системе счисления.

#### **Решение**

Среднее арифметическое трех чисел определяется по формуле:

$$S_{\text{ср}} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}.$$

Чтобы сложить три числа, нужно привести их в одну систему счисления. Поскольку ответ необходимо дать в десятичной системе счисления, запишем все исходные данные в ней.

$$247_8 = 2 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 128 + 32 + 7 = 167_{10}$$

$$82_{16} = 8 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0 = 128 + 2 = 130_{10}$$

$$1001000_2 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 64 + 8 = 72_{10}$$

Находим среднее арифметическое:

$$S_{\text{ср}} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} = \frac{167 + 130 + 72}{3} = \frac{369}{3} = 123.$$

**Правильный ответ:** 123.

(5 баллов)

## Вопрос 6

Даны пять целых чисел, записанных в восьмеричной системе счисления:  $230_8, 232_8, 234_8, 236_8, 240_8$ . Сколько среди них чисел, которые больше, чем  $90_{16}$ ?

## Решение

Запишем число  $90_{16}$  в восьмеричной системе счисления. Проще всего это сделать через двоичную систему счисления:

$$90_{16} \Rightarrow 10010000_2 \Rightarrow 220_8.$$

Сравниваем это число с исходным рядом. Видим, что оно меньше всех, т. е. все пять чисел больше, чем  $90_{16}$ .

**Правильный ответ:** 5.

(5 баллов)

## Вопрос 7

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

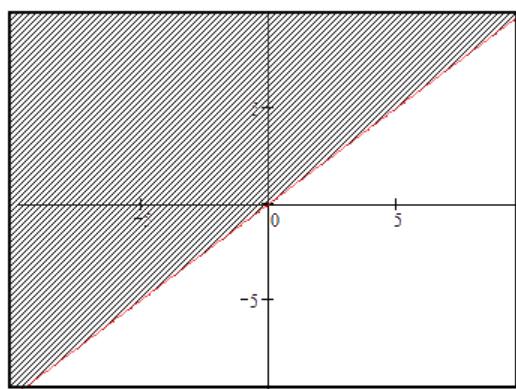
$$(2x + y \neq 78) \vee (x < y) \vee (A < x)$$

тождественно истинно, т. е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

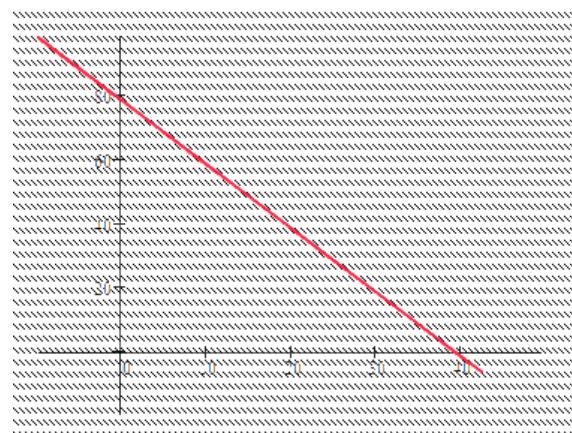
### Решение

В данном выражении три события соединены операцией ИЛИ. Наступление любого из этих событий приведет к истинности всего выражения. Определим ту часть плоскости  $XY$ , на которой первые два события будут всегда ложны.

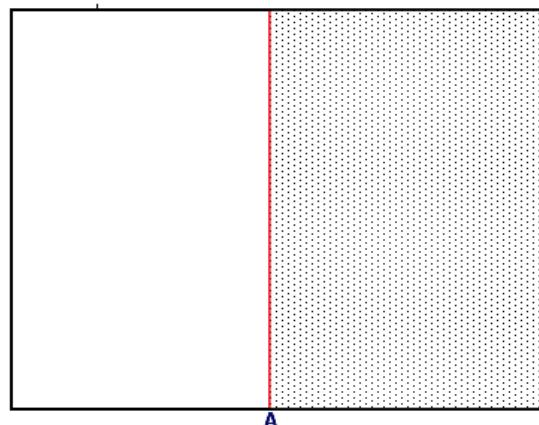
Выражение  $x < y$  будет истинным для любой точки, которая лежит выше прямой  $y = x$ .



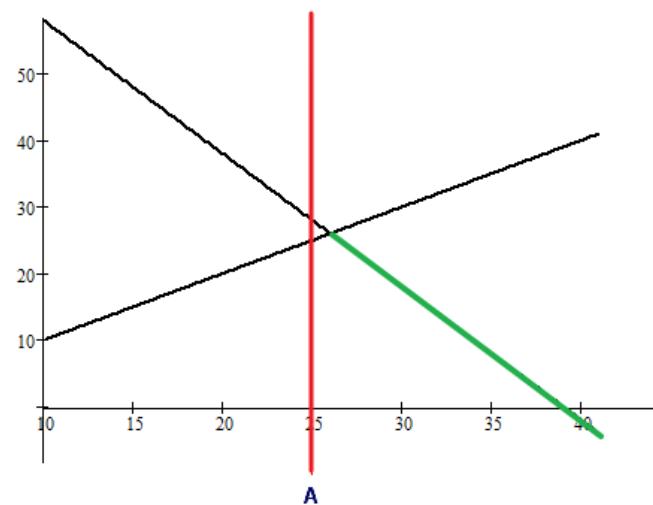
Первое выражение вернет «истину» на всей плоскости кроме точек, лежащих на прямой  $y = 78 - 2x$ .



Выражение  $A < x$  будет истинным для всех точек, которые лежат справа от прямой  $x = A$ .



Таким образом, первые два выражения дадут нам ложь только в том случае, если точки будут лежать на прямой  $y = 78 - 2x$  справа от прямой  $y = x$  (зеленая линия). Необходимо переместить точку  $A$  в третьем выражении таким образом, чтобы эта часть прямой лежала от нее справа. Тогда при любых  $x$  и  $y$  исходное выражение всегда будет истинным.



**Правильный ответ:** 25.

(14 баллов)

### Вопрос 8

Заполните таблицу истинности логического выражения  $\neg(\neg A \vee B) \vee \neg C$ .

В ответ введите значения, записанные в столбце  $F$  (сверху вниз, без пробелов).

$A$	$B$	$C$	$F$
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

### Решение

Расставим приоритеты логических операций и выполним их последовательно, фиксируя результаты в таблице истинности.

$$\neg \left( \overset{3}{\neg} \overset{1}{A} \vee \overset{2}{B} \right) \overset{5}{\vee} \overset{4}{\neg} C$$

$A$	$B$	$C$	1	2	3	4	$F$
0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0	0

**Правильный ответ:** 10101110.

(5 баллов)

## Вопрос 9

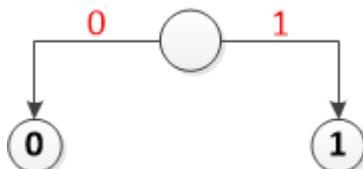
По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: П, О, С, Т; для передачи используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Для букв Т, О, П используются следующие кодовые слова: Т – 111, О – 0, П – 100.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы С, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

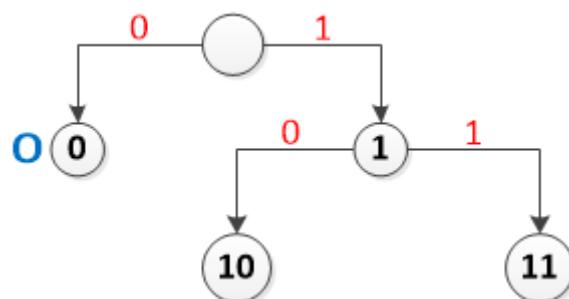
## Решение

При построении кодовой таблицы важно помнить, что ни один код не может быть началом другого.

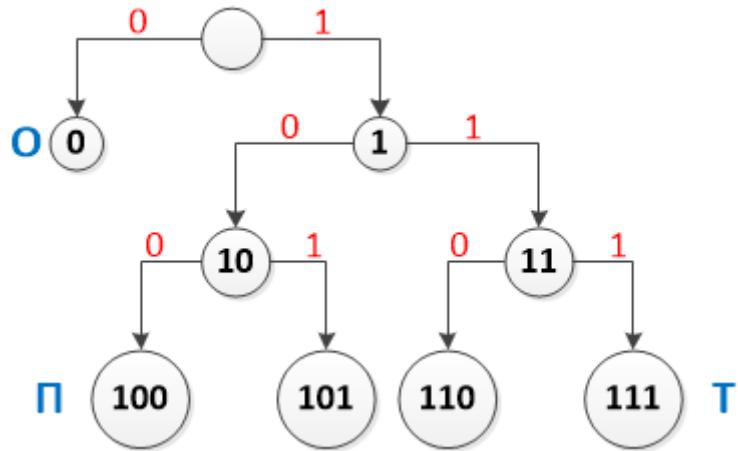
Начнем строить двоичное дерево кодов.



Самых коротких кодов (длиной в один символ) может быть только два: 0 и 1. По условию задачи код 0 закреплен за символом О. Поэтому дерево продолжаем строить только по правой ветке.



10 не можем использовать, т. к. это начало кода буквы П (100). С 11 начинается код буквы Т (111). Продолжаем строить дерево.



Получили четыре трехзначных кода. Два из них заняты: 100 (П) и 111 (Т).

Остается два кода, которые можно использовать для буквы С: 101 и 110.

Выбираем меньший из них по значению.

**Правильный ответ:** 101.

(5 баллов)

### Вопрос 10

Для 5 букв русского алфавита заданы их двоичные коды (для некоторых букв – из двух бит, для некоторых – из трех). Эти коды представлены в таблице:

Т	К	А	И	С
001	11	01	000	10

Из четырех полученных сообщений в этой кодировке только одно прошло без ошибки и может быть корректно декодировано. Найдите его.

- a) 1001000000100011
- b) 0101101100101011
- c) 1101100100100011
- d) 1111101100110011

## Решение

Проверим все четыре варианта и выберем тот, что соответствует условию задачи.

Декодирование будем проводить следующим образом. Берем по одному символу из шифра, пока не получим код из таблицы. Заменим эту последовательность на соответствующую букву. Продолжим брать по одному символу, пока не получим новый код. И так до тех пор, пока не закончим декодирование. Если при этом останутся символы, которые мы не сможем никаким образом интерпретировать, значит, процесс декодирования завершился некорректно.

*Вариант а) 1001000000100011*

Берем первый бит – 1. Смотрим таблицу. Символа с таким кодом нет. Добавляем следующий бит – 10. Новый код соответствует символу С. Записываем первый символ и продолжаем декодирование. Следующая последовательность, которая есть в таблице – 01, что соответствует символу А.

Получили: СА. Оставшийся код: 000000100011.

Продолжаем декодирование и в результате получим САИИСТ. Однако остался один символ, который никак не декодируется.

10	01	000	000	10	001	1
C	A	И	И	C	T	?

Аналогичным образом проверим остальные варианты.

*Вариант б) 0101101100101011*

01	01	10	11	001	01	01	1
A	A	C	K	T	A	A	?

*Вариант с) 1101100100100011*

11	01	10	01	001	000	11
K	A	C	A	T	И	K

*Вариант d) 1111101100110011*

11	11	10	11	001	10	01	1
K	K	C	K	T	C	A	?

**Правильный ответ:** с.

(5 баллов)

### **Вопрос 11**

Для нескольких букв русского алфавита заданы их двоичные коды (для некоторых букв – из трех бит, для некоторых – из четырех). Эти коды представлены в таблице:

M	C	И	E	O	П	P	H	A	K
000	001	010	0110	0111	111	110	100	1010	1011

Из четырех полученных сообщений в этой кодировке найдите то, что соответствует слову ПРИМЕР.

- a) 1111100100000110110
- b) 001011010110101101010
- c) 11001110001010100001
- d) 00101011001101001010

### **Решение**

Решить эту задачу можно двумя способами:

- закодировать слово и найти соответствующий код в списке;
  - декодировать все коды в списке и найти соответствующее слово.
- Закодируем слово «ПРИМЕР». Для этого вместо каждой буквы подставим соответствующий код из таблицы.

П	Р	И	М	Е	Р
111	110	010	000	0110	110

**Правильный ответ:** а.

(5 баллов)

### Вопрос 12

У исполнителя *Калькулятор* две команды, которым присвоены номера:

1) прибавь 2,

2) умножь на 5.

Выполняя первую из них, *Калькулятор* прибавляет к числу на экране 2, а выполняя вторую – умножает его на 5.

Например, **2121** – это программа:

умножь на 5,

прибавь 2,

умножь на 5,

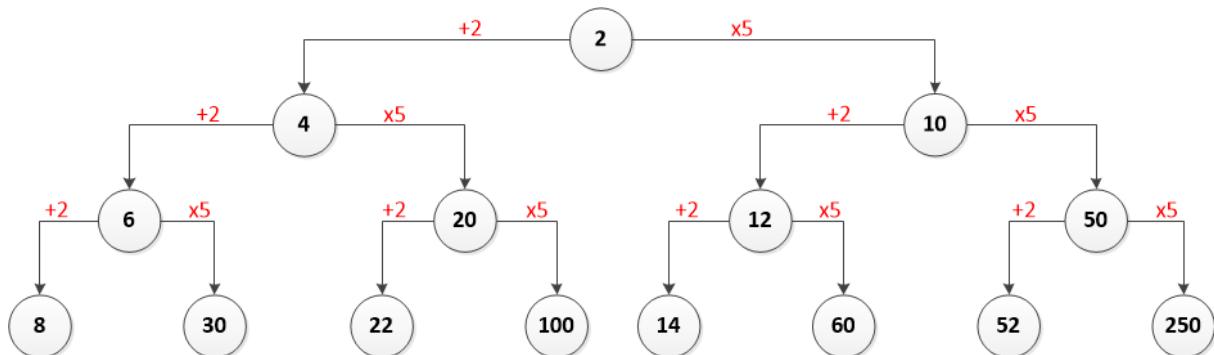
прибавь 2,

которая преобразует число 1 в число 37.

Запишите порядок команд в программе, которая преобразует число **2** в число **120** и содержит не более пяти команд. Указывайте лишь номера команд.

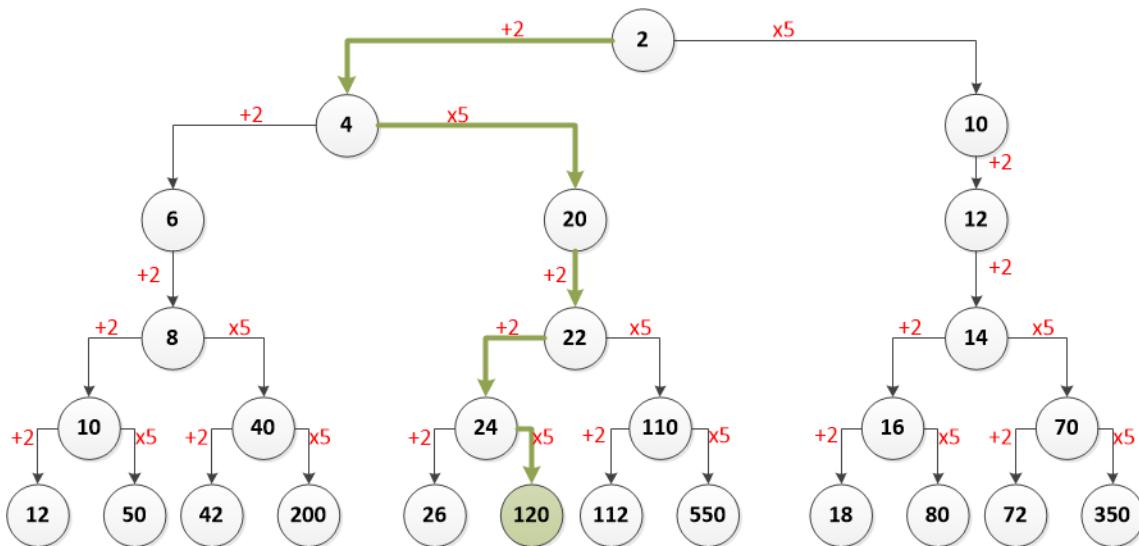
### Решение

Так как команд всего две, можем составить бинарное дерево результатов.



Нижний ряд – это результат работы всех программ, состоящих из трех команд. Прежде чем строить дерево команд дальше, можно отбросить значение 250, т. к. оно уже больше, чем нужное нам (120). Также можно отбросить значения, которые при умножении на 5 дают результат больше 120. Это числа: 30, 100, 60, 52.

Продолжаем строить дерево для оставшихся ветвей.



Ответ выделен зеленым.

**Правильный ответ:** 12112.

(13 баллов)

### Вопрос 13

Запишите число, которое будет напечатано в результате выполнения следующей программы. Для вашего удобства программа представлена на четырех языках программирования.

Си	Python
<pre>#include&lt;stdio.h&gt; int main() { int s = 50, n = 1;   while (s &gt; 0) {     s = s/4; n = n * 3;   }   printf("%d\n", n);   return 0; }</pre>	<pre>s = 50 n = 1 while s &gt; 0:     s = s // 4     n = n * 3 print(n)</pre>

<b>Алгоритмический язык</b>	<b>Паскаль</b>
<pre> алг нач     цел s, n     s := 50     n := 1     цц пока s &gt; 0         s := div(s, 4)         n := n * 3     кц     вывод n кон </pre>	<pre> var s, n: integer; begin     s := 50;     n := 1;     while s &gt; 0 do begin     s := s div 4;     n := n * 3 end; writeln(n) end. </pre>

### Решение

Для решения данной задачи достаточно создать трассировочную таблицу и выполнить программу по шагам.

Выберем программу на языке Python. Пронумеруем строки программы, чтобы удобнее было фиксировать выполняемую строку.

```

01: s = 50
02: n = 1
03: while s > 0:
04:     s = s // 4
05:     n = n * 3
06: print(n)

```

Выполняем первую строку ( $s = 50$ ). Записываем в таблицу номер команды и результат ее выполнения, т. е. в столбец  $s$  записываем 50. Следующая команда присваивает  $n$  значение один. Проверяем условие  $s > 0$ , т. к. число пятьдесят больше нуля, то делим  $s$  нацело на 4 и записываем новое значение в таблицу. Умножаем  $n$  на три и также записываем в таблицу новое значение уже для  $n$ . Повторяем строки 3, 4 и 5 до тех пор, пока значение переменной  $s$  не станет равным нулю.

<b>№</b>	<b>s</b>	<b>n</b>
01	50	
02		1
04	12	
05		3
04	3	
05		9
04	0	27
06		<b>27</b>

**Правильный ответ:** 27.

(5 баллов)

### Вопрос 14

Запишите число, которое будет напечатано в результате выполнения следующей программы. Для вашего удобства программа представлена на четырех языках программирования.

<b>Си</b>	<b>Python</b>
<pre>#include&lt;stdio.h&gt; long F(long x) {     return 2*(x*x-16)*(x*x-16)+5; }  int main() {     long a, b, t, M, R;     a = -20; b = 20;     M = a; R = F(a);     for (t=a; t&lt;=b; t++) {         if (F(t) &lt;= R) {             M = t; R = F(t);         }     }     printf("%ld", M+R);     return 0; }</pre>	<pre>def F(x):     return 2*(x*x-16)*(x*x-16)+5  a = -20; b = 20 M = a; R = F(a) for t in range(a,b+1):     if (F(t) &lt;= R):         M = t; R = F(t) print (M+R)</pre>

<b>Алгоритмический язык</b>	<b>Паскаль</b>
<pre> алг нач     цел a, b, t, M, R     a := -20; b := 20     M := a; R := F(a)     нц для t от a до b         если F(t) &lt;= R то             M := t; R := F(t)         все     кц     вывод M+R кон алг цел F(цел x) нач     знач := 2*(x*x-16)*(x*x-16)+5 кон </pre>	<pre> var a, b, t, M, R :longint; function F(x: longint) : longint; begin     F := 2*(x*x-16)*(x*x-16)+5; end;  begin     a := -20; b := 20;     M := a; R := F(a);     for t := a to b do begin         if (F(t) &lt;= R) then begin             M := t;             R := F(t)         end     end;     write(M+R) end. </pre>

## Решение

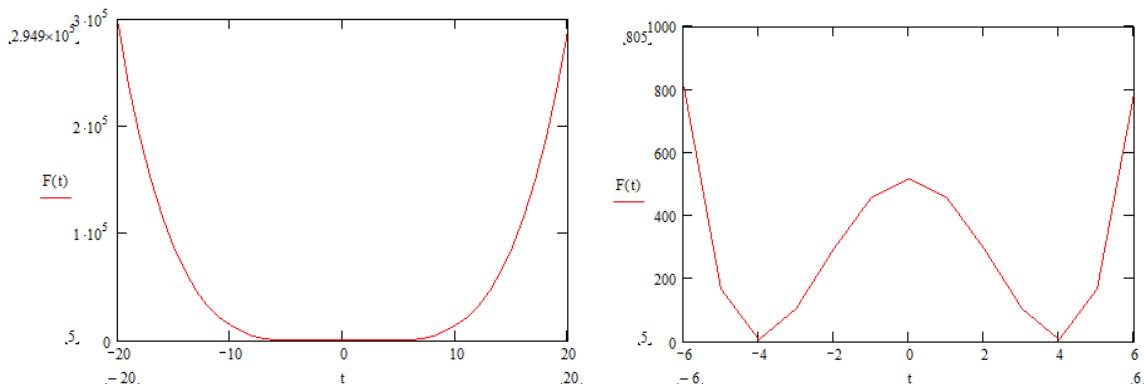
Для решения данной задачи можно также составить трассировочную таблицу. Однако в ней будет 41 строка, что довольно много.

Проанализируем код. В цикле меняется значение переменной  $t$  от  $-20$  до  $+20$  с шагом 1. Для каждого значения переменной цикла проверяется условие:

$$F(t) \leq R,$$

где  $F(t)$  – это значение функции при текущем значении переменной  $t$ ,  $R$  – это значение функции в предыдущей точке.

Поскольку при истинности условия аргумент и значение функции сохраняются ( $M = t$ ;  $R = F(t)$ ), можно с уверенностью сказать, что ищется минимум функции. Построим график функции:  $F(x) = 2(x^2 - 16)^2 + 5$ .



Из графика видим, что минимум будет в двух точках  $(-4, 5)$  и  $(4, 5)$ . Так как используется условие «меньше либо равно» ( $\leq$ ) берем вторую точку, т. е.  $M = 4$  и  $R = 5$ .

**Правильный ответ:** 9.

(5 баллов)

### Вопрос 15

Ниже на четырех языках программирования записан алгоритм. Получив на вход число  $x$ , этот алгоритм печатает два числа:  $L$  и  $M$ . Укажите наибольшее число  $x$ , при вводе которого алгоритм печатает сначала 6, а потом 8.

Си	Python
<pre>#include&lt;stdio.h&gt; void main() {     int x, L, M;     scanf("%d", &amp;x);     L = 0;     M = 0;     while (x &gt; 0) {         M = M + 1;         if(x % 2 != 0){ L = L + 1; }         x = x / 2;     }     printf("%d\n%d", L, M); }</pre>	<pre>x = int(input()) L = 0 M = 0 while x &gt; 0:     M = M + 1     if x % 2 != 0:         L = L + 1     x = x // 2 print(L) print(M)</pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<u>алг</u> <u>нач</u> <u>цел</u> <u><u>х, L, M</u></u> <u>ввод</u> <u><u>х</u></u> <u><u>L := 0</u></u> <u><u>M := 0</u></u> <u>нц</u> <u>пока</u> <u><u>х &gt; 0</u></u> <u><u>M := M + 1</u></u> <u>если</u> <u><u>mod(x, 2) &lt;&gt; 0</u></u> <u>то</u> <u><u>L := L + 1</u></u> <u>все</u> <u><u>x := div(x, 2)</u></u> <u>кц</u> <u>вывод</u> <u><u>L, M</u></u> <u>кон</u>	var x, L, M: integer; begin readln(x); L := 0; M := 0; while x > 0 do begin M := M + 1; if x mod 2 <> 0 then L := L + 1; x := x div 2; end; writeln(L); writeln(M); end.

## **Решение**

Проанализируем код программы (на примере Python). В последних строках на экран выводятся значения переменных  $L$  и  $M$ . Так как по условию задачи сначала выводится число 6, а затем 8, может точно сказать, что  $L = 6$  и  $M = 8$ .

Теперь обратим внимание на цикл. Первая команда в теле цикла:

$M = M + 1.$

Таким образом, можно сказать, что  $M$  – это число итераций цикла.

Далее видим в конце цикла оператор

$x = x // 2.$

Вспоминаем системы счисления. Таким образом, число переводится в двоичную систему счисления. Следующее условие

`if x % 2 != 0:`

`L = L + 1`

будет истинным, если остаток от деления на 2 равен единице (не равен нулю).

Таким образом, можно с уверенностью сказать, что  $L$  – это количество единиц в двоичной записи числа  $x$ .

Наибольшим восьмибитным числом из шести единиц будет

11111100.

Переводим его десятичную систему счисления и получаем 252.

**Правильный ответ:** 252.

*(13 баллов)*

***Вариант 2***  
*(с решениями)*

**Вопрос 1**

Сколько значащих нулей в двоичной записи десятичного числа  $999_{10}$ ?

**Решение**

Переведем число из десятичной системы счисления в двоичную:

999	1
499	1
249	1
124	0
62	0
31	1
15	1
7	1
3	1
1	1

Получили десятиразрядное двоичное число  $1111100111_2$ , в котором всего два нуля.

**Правильный ответ:** 2.

*(5 баллов)*

**Вопрос 2**

Сколько существует натуральных чисел  $N$ , для которых выполняется неравенство  $AC_{16} < N < 10110101_2$ ? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

## Решение

Приведем оба числа к одной системе счисления.

Составим таблицу соответствия записи первых шестнадцати чисел в различных системах счисления.

Десятичная	Двоичная	Шестнадцатеричная
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

Заменим в числе  $AC_{16}$  каждую цифру ее двоичным эквивалентом:

$$1010\ 1100_2.$$

Вычтем из  $10110101_2$  полученное число.

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Так как неравенство строгое, необходимо вычесть еще единицу. В результате получим:  $1000_2$ . Ответ запишем в десятичной форме.

**Правильный ответ:** 8.

(5 баллов)

### **Вопрос 3**

Вычислите выражение:  $20321_5 + 315_6 - 77_8$ . Ответ дайте в десятичной системе счисления.

#### **Решение**

Приведем все числа к одной системе счисления. Удобнее всего пользоваться десятичной системой.

$$20321_5 \Rightarrow 2 \cdot 5^4 + 0 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = 1250 + 75 + 10 + 1 = 1336_{10}$$

$$315_6 \Rightarrow 3 \cdot 6^2 + 1 \cdot 6^1 + 5 \cdot 6^0 = 108 + 6 + 5 = 119_{10}$$

$$77_8 \Rightarrow 7 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 56 + 7 = 63_{10}$$

Подставляем в исходное выражение и вычисляем:

$$1336 + 119 - 63 = 1392.$$

**Правильный ответ:** 1392.

(5 баллов)

### **Вопрос 4**

Значение арифметического выражения  $25^{12} + 5^7 - 5$  записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр 4 содержится в этой записи?

#### **Решение**

Запишем число 25 как  $5^2$ . Тогда  $25^{12}$  можно записать в виде  $(5^2)^{12} = 5^{24}$ .

В системе счисления с основанием 5 это будет выглядеть как единица и двадцать четыре нуля:

$$10000000000000000000000000_5.$$

Число  $5^7$  в системе счисления с основанием, равным пяти:  $10000000_5$ . Сложим его с предыдущим числом и получим:

$$100000000000000010000000_5.$$

Вычитаем из полученного числа  $5^1 = 10_3$ .

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 \hline
 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 0
 \end{array}$$

Считаем количество четверок в результате.

**Правильный ответ:** 6.

(5 баллов)

### Вопрос 5

Найдите среднее арифметическое чисел  $157_8$ ,  $6F_{16}$  и  $1101111_2$ . Ответ представьте в десятичной системе счисления.

### Решение

Среднее арифметическое трех чисел определяется по формуле:

$$S_{\text{ср}} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}.$$

Чтобы сложить три числа, они должны быть в одной системе счисления. Поскольку ответ необходимо дать в десятичной системе счисления, запишем все исходные данные в ней.

$$157_8 = 1 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 64 + 40 + 7 = 111_{10}$$

$$6F_{16} = 6 \cdot 16^1 + F \cdot 16^0 = 96 + 15 = 111_{10}$$

$$\begin{aligned}
 1101111_2 &= 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 64 + 32 + \\
 &+ 8 + 4 + 2 + 1 = 111_{10}
 \end{aligned}$$

Находим среднее арифметическое:

$$S_{\text{ср}} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} = \frac{111 + 111 + 111}{3} = \frac{333}{3} = 111.$$

**Правильный ответ:** 111.

(5 баллов)

## **Вопрос 6**

Даны пять целых чисел, записанных в шестнадцатеричной системе счисления:  $B5_{16}$ ,  $B7_{16}$ ,  $B9_{16}$ ,  $BB_{16}$ ,  $BD_{16}$ ,  $BF_{16}$ ,  $C1_{16}$ ,  $C3_{16}$ ,  $C5_{16}$ ,  $C7_{16}$ ,  $C9_{16}$ . Сколько среди них чисел, которые больше, чем  $272_8$ ?

## **Решение**

Запишем число  $272_8$  в шестнадцатеричной системе счисления. Проще всего это сделать через двоичную систему счисления:

$$272_8 \Rightarrow 01011\ 1010_2 \Rightarrow BA_{16}.$$

Сравниваем это число с исходным рядом. Видим, что оно располагается между числами  $B9_{16}$  и  $BB_{16}$ , т. е. справа от  $BA_{16}$  лежит восемь чисел.

**Правильный ответ:** 8.

(5 баллов)

## **Вопрос 7**

Сколько существует целых значений  $X$ , при которых истинно высказывание:

$$(|X| > 10) \wedge (|X| > 1) \wedge (|X| \leq 5)?$$

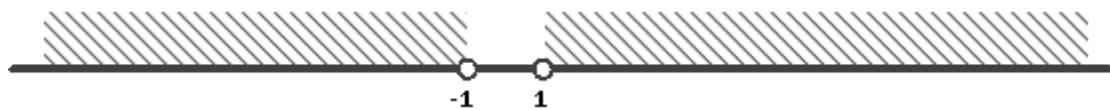
## **Решение**

Разберем каждое выражение в скобках и определим, при каких значениях переменной  $X$  они будут истинными.

Выражение в первых скобках будет истинно при  $X \in (-\infty, -10)$  или  $X \in (10, \infty)$ . Однако перед скобкой стоит знак отрицания. Поэтому истинность первого выражения будет достигнута при любом  $X \in [-10, 10]$ .



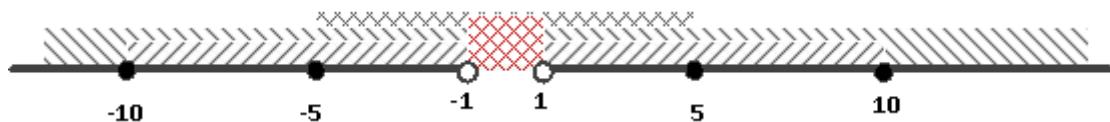
Второе выражение будет истинно при любом X из интервалов  $(-\infty, -1)$  или  $(1, \infty)$ .



Третье выражение принимает истинное значение при  $X \in [-5, 5]$ .



Все выражения объединены логической операцией И. Следовательно, все выражение возвращает «истину», когда все выражения в скобках истинны. Находим пересечение диапазонов.



На интервале  $(-1, 1)$  есть только одно целое число (ноль), при котором выражение будет «истиной».

**Правильный ответ:** 1.

(14 баллов)

### Вопрос 8

Заполните таблицу истинности логического выражения

$$((A \rightarrow B) \rightarrow C) \vee A.$$

В ответ введите значения, записанные в столбце F (сверху вниз, без пробелов).

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>F</i>
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

### Решение

Расставим приоритеты логических операций и выполним их последовательно, фиксируя результаты в таблице истинности.

$$\left( \left( A \xrightarrow{1} B \right) \xrightarrow{2} C \right) \xrightarrow{3} A.$$

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	1	2	<i>F</i>
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

**Правильный ответ:** 0101111.

(5 баллов)

### **Вопрос 9**

Для кодирования букв Т, С, Р, О решили использовать двухразрядные последовательные двоичные числа (от 00 до 11 соответственно). Если таким способом закодировать последовательность символов РОСТ и записать результат шестнадцатеричным кодом, то какое число получится?

#### **Решение**

Запишем для каждой буквы ее код:

$$T - 00, C - 01, P - 10, O - 11.$$

Теперь в слове РОСТ заменим каждый символ его двоичным кодом:

P	O	C	T
10	11	01	00

Перейдем от двоичного кода 10110100 к шестнадцатеричному:

$$1011\ 0100 \rightarrow B4.$$

**Правильный ответ:** В4.

(5 баллов)

### **Вопрос 10**

Для 5 букв русского алфавита заданы их двоичные коды (для некоторых букв – из двух бит, для некоторых – из трех). Эти коды представлены в таблице:

С	Л	К	Е	О
001	11	01	000	10

Из четырех полученных сообщений в этой кодировке только одно прошло без ошибки и может быть корректно декодировано. Найдите его.

- a) 00101100000011
- b) 01101100000110

c) 01101011000110

d) 01101110000110

### Решение

Проверим все четыре варианта и выберем тот, что соответствует условию задачи.

Декодирование будем проводить следующим образом. Берем по одному символу из шифра, пока не получим код из таблицы. Заменим эту последовательность на соответствующую букву. Продолжим брать по одному символу, пока не получим новый код. И так до тех пор, пока не закончим декодирование. Если при этом останутся символы, которые мы не сможем никаким образом интерпретировать, значит, процесс декодирования завершился некорректно.

*Вариант а) 00101100000011*

Берем первый бит – 0. Смотрим таблицу. Символа с таким кодом нет. Добавляем следующий бит – 00. Символа с таким кодом нет. Добавляем следующий бит – 001. Новый код соответствует символу С. Записываем первый символ и продолжаем декодирование. Следующая последовательность, которая представлена в таблице – 01, что соответствует символу К.

Получили: СК. Оставшийся код: 100000011.

Продолжаем декодирование и в результате получим СКОЕС. Однако остался один символ, который никак не декодируется.

001	01	10	000	001	1
C	K	O	E	C	?

Аналогичным образом проверим остальные варианты.

*Вариант б) 011011100000110*

01	10	11	000	001	10
K	O	L	E	C	O

*Вариант с) 01101011000110*

01	10	10	11	000	11	0
К	О	О	Л	Е	Л	?

*Вариант д) 01101110000110*

01	10	11	10	000	11	0
К	О	Л	О	Е	Л	?

**Правильный ответ: б.**

(5 баллов)

### **Вопрос 11**

Для нескольких букв русского алфавита заданы их двоичные коды (для некоторых букв – из трех бит, для некоторых – из четырех). Эти коды представлены в таблице.

М	С	И	Е	О	П	Р	Н	А	К
000	001	010	0110	0111	111	110	100	1010	1011

Из четырех полученных сообщений в этой кодировке найдите то, что соответствует слову СКРОМНИК.

- a) 00110110111101110100111100
- b) 110101000110110111111011010
- c) 11010100011101000110111010
- d) 001011100010001101000100110
- e) 001101111001110001000101011

### **Решение**

Решить эту задачу можно двумя способами:

- закодировать слово и найти соответствующий код в списке;
- декодировать все коды в списке и найти соответствующее слово.

Закодируем слово «СКРОМНИК». Для этого вместо каждой буквы подставим соответствующий код из таблицы.

C	K	P	O	M	H	I	K
001	1011	110	0111	000	100	010	1011

**Правильный ответ:** е.

(5 баллов)

## Вопрос 12

Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает ее. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

**A) заменить** ( $v, w$ ).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ . Например, выполнение команды **заменить** (111, 27) преобразует строку 05111150 в строку 0527150.

Если в строке нет вхождений цепочки  $v$ , то выполнение команды **заменить** ( $v, w$ ) не меняет эту строку.

**Б) нашлось** ( $v$ ).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Стока исполнителя при этом не изменяется.

Цикл

ПОКА условие

последовательность команд

КОНЕЦ ПОКА

выполняется, пока условие истинно.

В конструкции  
ЕСЛИ *условие*  
ТО *команда1*  
ИНАЧЕ *команда2*  
КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно) или *команда2* (если условие ложно).

Ниже приведена программа для исполнителя Редактор.

НАЧАЛО

ПОКА **нашлось** (18) ИЛИ **нашлось** (288) ИЛИ **нашлось** (3888)  
**заменить** (18, 2)  
**заменить** (288, 3)  
**заменить** (3888, 1)

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

На вход этой программе подается строка длины 125, состоящая из цифры 1, за которой следуют 124 идущих подряд цифры 8. Какая строка получится в результате применения программы к этой строке? В ответе запишите полученную строку.

### Решение

Изначально строка выглядит следующим образом: 188888888...8888. После команды **заменить** (18, 2) количество восьмерок станет меньше на одну, а начале строки появится двойка.

После выполнения следующей команды **заменить** (288, 3) количество восьмерок сократится еще на две и первой встанет цифра 3.

Третья команда **заменить** (3888, 1) удалить из строки еще три восьмерки и вернет на первую позицию единицу. Таким образом, строка станет выглядеть, как и исходная, но с меньшим количеством восьмерок.

Получается, что за одну итерацию цикла строка уменьшается на шесть восьмерок. Соответственно, за 20 итераций строка будет выглядеть следующим образом: 1888.

На 21-й итерации получим:

Команда	Строка
заменить (18, 2)	288
заменить (288, 3)	3
заменить (3888, 1)	3

**Правильный ответ:** 3.

(13 баллов)

### Вопрос 13

Запишите число, которое будет напечатано в результате выполнения следующей программы. Для вашего удобства программа представлена на четырех языках программирования.

Си	Python
#include <iostream> using namespace std; int main() { int s = 100, n = 200; while (s + n <= 600) { s = s + 40; n = n - 20; } cout << s; return 0; }	s = 100 n = 200 while s + n <= 600: s = s + 40 n = n - 20 print(s)
Алгоритмический язык	Паскаль
алг нач цел s, n s := 100 n := 200 нц пока s + n <= 600 s := s + 40 n := n - 20 кц вывод s кон	var s, n: integer; begin s := 100; n := 200; while s + n <= 600 do begin s := s + 40; n := n - 20; end; writeln(s) end.

### Решение

Для решения данной задачи достаточно создать трассировочную таблицу и выполнить программу по шагам.

Выберем программу на языке Python. Пронумеруем строки программы, чтобы удобнее было фиксировать выполняемую строку.

```
01: s = 100
02: n = 200
03: while s + n <= 600:
04:     s = s + 40
05:     n = n - 20
06: print(s)
```

Выполняем первую строку ( $s = 100$ ). Записываем в таблицу номер команды и результат ее выполнения, т. е. в столбец  $s$  записываем 100. Следующая команда присваивает  $n$  значение 200. Проверяем условие  $s + n \leq 600$ , т. к. число  $100 + 200 = 300$  меньше 600, то увеличиваем  $s$  на 40 и записываем новое значение в таблицу. Уменьшаем  $n$  на двадцать и также записываем в таблицу новое значение уже для  $n$ . Повторяем строки 3, 4 и 5 до тех пор, пока сумма  $s + n$  на станет равным нулю.

№	s	n	№	s	n
01	100		04	460	
02		200	05		20
04	140		04	500	
05		180	05		0
04	180		04	540	
05		160	05		-20
04	220		04	580	
05		140	05		-40
04	260		04	620	
05		120	05		-60
04	300		04	660	
05		100	05		-80
04	340		04	700	
05		80	05		-100
04	380		04	740	
05		60	05		-120
04	420				
05		40			

**Правильный ответ:** 740.

(5 баллов)

## Вопрос 14

Запишите число, которое будет напечатано в результате выполнения следующей программы. Для вашего удобства программа представлена на четырех языках программирования.

Си	Python
<pre>#include&lt;stdio.h&gt; long F(long x) {     return 2(abs(abs(x-6) + abs(x + 6)-16) + 2); }  int main() {     long a, b, t, M, R;     a = -20; b = 20;     M = a; R = F(a);     for (t=a; t&lt;=b; t++) {         if (F(t) &lt;= R) {             M = t; R = F(t);         }     }     printf("%ld", M + R);     return 0; }</pre>	<pre>def F(x):     return abs(abs(x-6) + abs(x + 6)-16) + 2  a = -20 b = 20 M = a R = F(a) for t in range(a, b + 1):     if F(t) &lt;= R:         M = t         R = F(t) print(M + R)</pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<u>алг</u> <u>нач</u> <u>цел</u> a, b, t, M, R a := -20; b := 20 M := a; R := F(a) <u>нц для</u> t <u>от</u> a <u>до</u> b <u>если</u> F(t) <= R <u>то</u> M := t; R := F(t) <u>все</u> <u>кц</u> <u>вывод</u> M + R <u>кон</u> <u>алг</u> <u>цел</u> F( <u>цел</u> x) <u>нач</u> <u>знач</u> := (abs(abs(x-6) + abs(x + 6)-16) + 2) <u>кон</u>	var a, b, t, M, R :longint; function F(x: longint) : longint; begin F := (abs(abs(x-6) + abs(x + 6)-16) + 2); end; begin a := -20; b := 20; M := a; R := F(a); for t := a to b do begin if (F(t) <= R) then begin M := t; R := F(t) end end; write(M + R) end.

## Решение

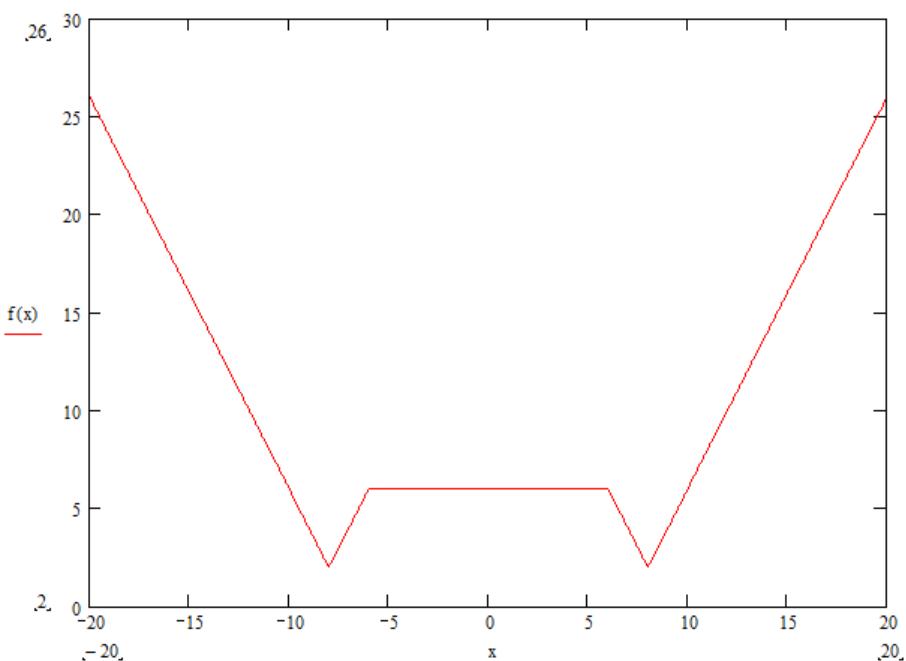
Для решения данной задачи можно также составить трассировочную таблицу. Однако в ней будет довольно много строк.

Проанализируем код. В цикле меняется значение переменной  $t$  от  $-20$  до  $+20$  с шагом  $1$ . Для каждого значения переменной цикла проверяется условие:

$$F(t) \leq R,$$

где  $F(t)$  – это значение функции при текущем значении переменной  $t$ ,  $R$  – это значение функции в предыдущей точке.

Поскольку при истинности условия аргумент и значение функции сохраняются ( $M = t$ ;  $R = F(t)$ ), можно с уверенностью сказать, что ищется минимум функции. Построим график функции:  $F(x) = \text{abs}(\text{abs}(x-6) + \text{abs}(x+6) - 16) + 2$ .



Из графика видим, что минимум будет в двух точках  $(-8, 2)$  и  $(8, 2)$ . Так как используется условие «меньше либо равно» ( $\leq$ ), берем вторую точку, т. е.  $M = 8$  и  $R = 2$ . На экран выводится сумма этих значений.

**Правильный ответ: 10.**

(5 баллов)

## Вопрос 15

Напишите в ответе число различных значений входной переменной  $k$ , при которых программа выдает тот же ответ, что и при входном значении  $k = 64$ . Значение  $k = 64$  также включается в подсчет различных значений  $k$ . Для Вашего удобства программа приведена на четырех языках программирования.

Си	Python
#include <iostream> using namespace std;  int f(int n) { return n * n; }  int main(void) { int k, i; cin >> k; i = 12; while (i > 0 && f(i) >= k) i--; cout << i << endl; }	def f(n): return n * n k = int(input()) i = 12 while i > 0 and f(i) >= k: i = i - 1 print(i)
Алгоритмический язык	Паскаль
нач цел i, k ввод k i := 12 нц пока i > 0 и f(i) >= k i := i - 1 кц вывод i кон алг цел f(цел n) нач знач := n * n кон	var k, i : longint; function f(n: longint) : longint; begin f := n * n end; begin readln(k); i := 12; while (i>0) and (f(i)>=k) do i := i-1; writeln(i) end.

## Решение

Проанализируем код программы (на примере Python).

```
def f(n):  
    return n * n  
k = int(input())
```

```

i = 12
while i > 0 and f(i) >= k:
    i = i - 1
print(i)

```

Сначала определим, какой ответ получится, если ввести число 64. В цикле условие задается следующим способом:

$$i > 0 \text{ and } f(i) \geq k$$

Первое условие даст не больше 12 итераций. Проверим второе условие. Здесь сравнивается значение функции  $f(i)$  и число  $k$ . Функция  $f()$  возвращает квадрат числа. Составим таблицу квадратов.

i	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
$f(i)$	144	121	100	81	64	49	36	25	16	9	4	1
$f(i) \geq k$	T	T	T	T	T	F	F	F	F	F	F	F

Видим, что цикл прервется после пяти итераций. При этом значение переменной  $i$  равно 7.

Теперь осталось определить, при каких значениях переменной  $k$  тело цикла выполнится ровно пять раз. Для этого посмотрим на крайние значения. Слева от 64 стоит число 65 (считаем, что числа идут в порядке убывания). Условие

$$f(i = 8) \geq 65$$

будет ложным. Соответственно, цикл прервется на одну итерацию раньше и будет выведено число 8.

Теперь возьмем число 63.

Условие

$$f(i = 7) \geq 63$$

будет ложным. Соответственно, цикл прервется и будет выведено число 7. Двигаемся дальше: 62, 61, 60 и так далее до числа 49. Условие

$$f(i = 7) \geq 49$$

будет истинным. Соответственно, будет выполнена еще одна итерация и значение переменной  $i$  будет равно 6.

Подсчитаем количество целочисленных значений на интервале  $[48, 64]$ :

$$64 - 48 + 1 = 17.$$

**Правильный ответ:** 17.

(13 баллов)

### *Вариант 3*

*(с решениями)*

#### **Вопрос 1**

Сколько значащих нулей в двоичной записи шестнадцатеричного числа  $FF22_{16}$ ?

Составим таблицу соответствия записи первых пятнадцати чисел в разных системах счисления.

Десятичная	Двоичная	Шестнадцатеричная
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	F
15	1111	E

Заменим в числе  $FF22_{16}$  каждую цифру ее двоичным эквивалентом из таблицы:

$$1111\ 1111\ 0010\ 0010_2.$$

Считаем количество нулей.

**Правильный ответ:** 6.

*(5 баллов)*

## Вопрос 2

Сколько существует натуральных чисел  $N$ , для которых выполняется неравенство  $3A_{16} < N < 1001_4$ ? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

### Решение

Приведем оба числа к одной системе счисления.

Составим таблицу соответствия записи первых шестнадцати чисел в различных системах счисления.

Десятичная	Двоичная	Шестнадцатиричная	Двоичная	Четверичная
0	0000	0	00	0
1	0001	1	01	1
2	0010	2	10	2
3	0011	3	11	3
4	0100	4		
5	0101	5		
6	0110	6		
7	0111	7		
8	1000	8		
9	1001	9		
10	1010	A		
11	1011	B		
12	1100	C		
13	1101	D		
14	1110	F		
15	1111	E		

Заменим в числе  $3A_{16}$  каждую цифру ее двоичным эквивалентом и перейдем к системе счисления с основанием четыре:

$$0011\ 1010_2 \rightarrow 0322_4.$$

Вычтем из  $1001_2$  полученное число.

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1 \\ 3\ 2\ 2 \\ \hline 1\ 3 \end{array}$$

Так как неравенство строгое, необходимо вычесть еще единицу. В результате получим:  $12_4$ .

**Правильный ответ:** 6.

(5 баллов)

### Вопрос 3

Вычислите выражение:  $2021_4 + 31_7 - 77_9$ . Ответ дайте в десятичной системе счисления.

#### Решение

Приведем все числа к одной системе счисления. Удобнее всего пользоваться десятичной системой.

$$2021_4 \Rightarrow 2 \cdot 4^3 + 0 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 = 128 + 8 + 1 = 137_{10}$$

$$31_7 \Rightarrow 3 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 = 21 + 1 = 22_{10}$$

$$77_9 \Rightarrow 7 \cdot 9^1 + 7 \cdot 9^0 = 63 + 7 = 70_{10}$$

Подставляем в исходное выражение и вычисляем:

$$137 + 22 - 70 = 89.$$

**Правильный ответ:** 89.

(5 баллов)

### Вопрос 4

Значение арифметического выражения  $49^{11} + 7^7 - 7$  записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?

#### Решение

Число  $49^{11}$  можно записать как  $7^{22}$ . В системе счисления с основанием 7 это будет выглядеть как единица и двадцать два нуля:

$$1000000000000000000000000_7.$$

Число  $7^7$  в системе счисления с основанием 7:  $10000000_7$ . Сложим его с предыдущим числом и получим:

$$100000000000000010000000_7.$$

Вычитаем  $10_7$ .

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ - 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 0 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 0 \end{array}$$

Считаем количество шестерок в результате.

**Правильный ответ:** 6.

(5 баллов)

### Вопрос 5

Найдите среднее арифметическое чисел  $241_8$ ,  $85_{16}$  и  $1001011_2$ . Ответ представьте в десятичной системе счисления.

### Решение

Среднее арифметическое трех чисел определяется по формуле:

$$S_{\text{ср}} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}.$$

Чтобы сложить три числа, нужно представить их в одной системе счисления. Поскольку ответ необходимо дать в десятичной системе счисления, запишем все исходные данные в ней.

$$241_8 = 2 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 128 + 32 + 7 = 161_{10}$$

$$85_{16} = 8 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0 = 128 + 5 = 133_{10}$$

$$1001011_2 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 64 + 8 + 2 + 1 = 75_{10}$$

Находим среднее арифметическое:

$$S_{\text{ср}} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} = \frac{161 + 133 + 75}{3} = \frac{369}{3} = 123.$$

**Правильный ответ:** 123.

(5 баллов)

## **Вопрос 6**

Даны пять целых чисел, записанных в шестнадцатеричной системе счисления:  $B5_{16}$ ,  $B7_{16}$ ,  $B9_{16}$ ,  $BB_{16}$ ,  $BD_{16}$ ,  $BF_{16}$ ,  $C1_{16}$ ,  $C3_{16}$ ,  $C5_{16}$ ,  $C7_{16}$ ,  $C9_{16}$ . Сколько среди них чисел, которые меньше, чем  $302_8$ ?

### **Решение**

Запишем число  $302_8$  в шестнадцатеричной системе счисления. Проще всего это сделать через двоичную систему счисления.

$$302_8 \Rightarrow 011\ 00\ 0\ 010_2 \Rightarrow C2_{16}$$

Сравниваем это число с исходным рядом. Видим, что оно расположено между числами  $C1_{16}$  и  $C3_{16}$ . Соответственно, чисел, которые меньше, чем  $302_8$ , будет ровно семь.

**Правильный ответ:** 7.

(5 баллов)

## **Вопрос 7**

$A$ ,  $B$  и  $C$  – целые числа, для которых истинно высказывание:

$$(A = B) \wedge ((A > B) \rightarrow (C = B)) \wedge ((B > A) \rightarrow (C = A)).$$

Чему равно  $B$ , если  $A = 65$  и  $C = 25$ ?

### **Решение**

В данном выражении три операнда соединены операцией И. Так как все выражение истинно, то и каждый operand равен «истине». Рассмотрим выражение  $(A = B)$ . Из него следует, что числа  $A$  и  $B$  не равны.

Теперь посмотрим третий operand:

$$(B > A) \rightarrow (C = A).$$

Запишем таблицу истинности.

$B > A$	$C = A$	$(B > A) \rightarrow (C = A)$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Значения  $C$  и  $A$  не равны по условию задачи, значит, из таблицы нужно убрать две строки.

$B > A$	$C = A$	$(B > A) \rightarrow (C = A)$
0	0	1
1	0	0

Результат, который дает ложь, нас не интересует.

$B > A$	$C = A$	$(B > A) \rightarrow (C = A)$
0	0	1

Отсюда следует, что условие  $B > A$  ложно, т. е.  $B$  меньше либо равно  $A$ . Но ранее мы уже выяснили, что они не равны, поэтому имеется строгое неравенство:

$$B < A.$$

Аналогичным образом рассмотрим второй operand:  $(A > B) \rightarrow (C = B)$ .

$A > B$	$C = B$	$(A > B) \rightarrow (C = B)$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Мы уже выяснили, что  $B$  строго меньше  $A$ .

$A > B$	$C = B$	$(A > B) \rightarrow (C = B)$
1	0	0
1	1	1

Результат, который дает ложь нас не интересует.

$A > B$	$C = B$	$(A > B) \rightarrow (C = B)$
1	1	1

Получается, что  $B = C = 25$ . Проверяем:

$$(A = B) \wedge ((A > B) \rightarrow (C = B)) \wedge ((B > A) \rightarrow (C = A)).$$

$$(65 = 25) \wedge ((65 > 25) \rightarrow (25 = 25)) \wedge ((25 > 65) \rightarrow (25 = 65)).$$

ЛОЖЬ  $\wedge$  (ИСТИНА  $\rightarrow$  ИСТИНА)  $\wedge$  (ЛОЖЬ  $\rightarrow$  ЛОЖЬ)

ИСТИНА  $\wedge$  ИСТИНА  $\wedge$  ИСТИНА

ИСТИНА

**Правильный ответ:** 25.

(14 баллов)

### Вопрос 8

Заполните таблицу истинности логического выражения

$$((A \rightarrow B) \rightarrow C) \vee C.$$

В ответ введите значения, записанные в столбце  $F$  (сверху вниз, без пробелов).

$A$	$B$	$C$	$F$
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

### **Решение**

Расставим приоритеты логических операций и выполним их последовательно, фиксируя результаты в таблице истинности.

$$\left( \left( A \xrightarrow{1} B \right) \xrightarrow{2} C \right) \xrightarrow{3} C.$$

A	B	C	1	2	F
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

**Правильный ответ:** 01011101.

(5 баллов)

### **Вопрос 9**

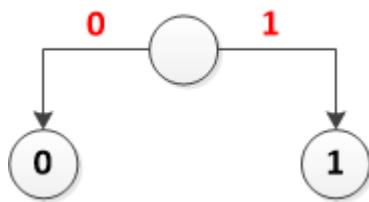
По каналу связи передаются сообщения, содержащие только пять букв: А, В, С, D, Е. Для передачи используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Для букв А, В, С используются следующие кодовые слова: А – 00, В – 11, С – 10, D – 010.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Е, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

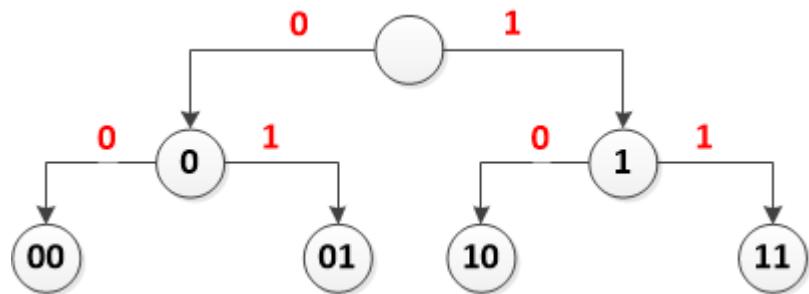
### **Решение**

При построении кодовой таблицы важно помнить, что ни один код не может быть началом другого.

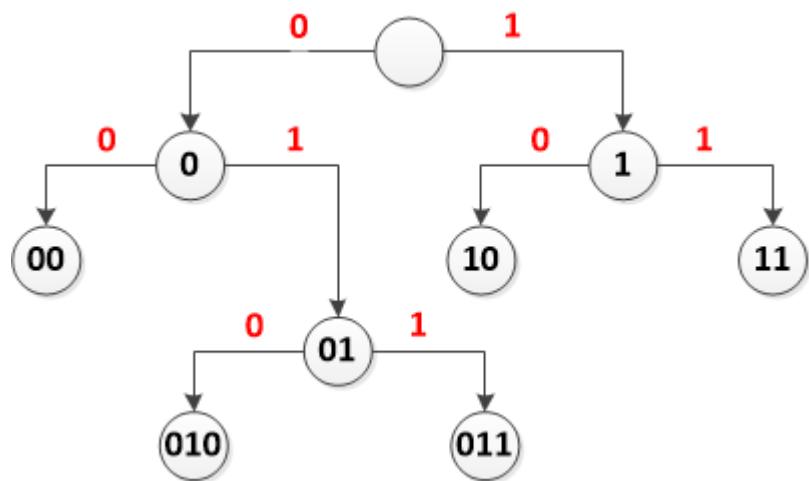
Начнем строить двоичное дерево кодов.



Самых коротких кодов (длиной в один символ) может быть только два: 0 и 1. По условию задачи с нуля начинаются коды символов А и D, а с единицы – В и С. Поэтому строим дерево далее.



Коды 00, 10, 11 используются для букв А, С, В соответственно. Продолжаем строить дерево по ветке 01.



Код 010 занят для символа D. Остается код 011.

**Правильный ответ:** 011.

(5 баллов)

## Вопрос 10

Для 5 букв русского алфавита заданы их двоичные коды (для некоторых букв – из двух бит, для некоторых – из трех). Эти коды представлены в таблице:

П	Л	Т	Е	А
001	11	01	000	10

Из четырех полученных сообщений в этой кодировке только одно прошло без ошибки и может быть корректно декодировано. Найдите его.

- a) 0011011100010
- b) 1110011100100
- c) 0011011100110
- d) 0011011100000

### Решение

Проверим все четыре варианта и выберем тот, что соответствует условию задачи.

Декодирование будем проводить следующим образом. Берем по одному символу из шифра, пока не получим код из таблицы. Заменим эту последовательность на соответствующую букву. Продолжим брать по одному символу, пока не получим новый код. И так до тех пор, пока не закончим декодирование. Если при этом останутся символы, которые мы не сможем никаким образом интерпретировать, следовательно, процесс декодирования завершился некорректно.

*Вариант а) 0011011100010*

Берем первый бит – 0. Смотрим таблицу. Символа с таким кодом нет. Добавляем следующий бит – 00. Снова смотрим таблицу. Не находим соответствующего кода и добавляем еще один бит. Коду 001 соответствует буква П. Записываем его и ищем следующий код – 10, что соответствует символу А. Продолжаем декодирование, пока не расшифруем весь текст.

001	10	11	10	001	0
П	А	Л	А	П	?

В результате получим ПАЛАП. Однако остался один символ, который никак не декодируется. Значит, этот вариант не подходит.

Аналогичным образом проверим остальные варианты

*Вариант b) 1110011100100*

11	10	01	11	001	00
Л	А	Т	Л	П	?

*Вариант c) 0011011100110*

001	10	11	10	01	10
П	А	Л	А	Т	А

*Вариант d) 0011011100000*

001	10	11	10	001	0
П	А	Л	А	П	?

**Правильный ответ: с.**

(5 баллов)

## Вопрос 11

Для нескольких букв русского алфавита заданы их двоичные коды (для некоторых букв – из трех бит, для некоторых – из четырех). Эти коды представлены в таблице:

М	С	И	Е	О	П	Р	Н	А	К
000	001	010	0110	0111	111	110	100	1010	1011

Из четырех полученных сообщений в этой кодировке найдите то, что соответствует слову РАСПИСКА.

- a) 00110110111101110100111100
- b) 110101000110110111111011010

- c) 11010100011101000110111010  
d) 001011100010001101000100110  
e) 001101111001110001000101011

### Решение

Решить эту задачу можно двумя способами:

- закодировать слово и найти соответствующий код в списке;
- декодировать все коды в списке и найти соответствующее слово.

Закодируем слово «РАСПИСКА». Для этого вместо каждой буквы подставим соответствующий код из таблицы.

P	A	C	П	И	С	К	А
110	1010	001	111	010	001	1011	1010

**Правильный ответ:** с.

(5 баллов)

### Вопрос 12

Исполнитель *Чертежник* перемещается на координатной плоскости, оставляя след в виде линии. Чертежник может выполнять команду **Сместиться\_на** ( $a, b$ ) (где  $a, b$  – целые числа), перемещающую Чертежника из точки с координатами  $(x, y)$  в точку с координатами  $(x + a, y + b)$ . Если числа  $a, b$  положительные, значение соответствующей координаты увеличивается; если отрицательные – уменьшается.

*Например, если Чертежник находится в точке с координатами (4, 2), то команда Сместиться\_на (2, -3) переместит Чертежника в точку (6, -1).*

Запись

*Повтори  $k$  раз  
Команда1 Команда2 Команда3  
Конец*

означает, что последовательность команд *Команда1* *Команда2* *Команда3* повторится  $k$  раз.

Чертежнику был дан для исполнения следующий алгоритм:

*Повтори 7 раз*

*Сместиться\_на (1, 1) Сместиться\_на (-1, 4) Сместиться\_на (2, -5)*

*Конец*

Координаты точки, с которой Чертежник начинал движение:  $(2, 5)$ . Каковы координаты точки, в которой он оказался?

### Решение

За одну итерацию цикла Чертежник сдвинется по горизонтали на  $1 - 1 + 2 = 2$  точек и вертикали на  $1 + 4 - 5 = 0$  точек. Соответственно, за семь итераций он сдвинется по горизонтали на 14 и вертикали 0 точек. Координаты точки, в которой окажется чертежник:  $2 + 14 = 16, 5 + 0 = 5$ .

**Правильный ответ:**  $(16, 5)$ .

*(13 баллов)*

### Вопрос 13

Запишите число, которое будет напечатано в результате выполнения следующей программы. Для вашего удобства программа представлена на четырех языках программирования.

Си	Python
#include <iostream> using namespace std; int main() { int s, k; s = 0, k = 1; while (s < 80) { s = s + 2*k; k = k + 4; } cout << s << endl; return 0; }	s = 0 k = 1 while s < 80: s += 2*k k += 4 print(s)

<b>Алгоритмический язык</b>	<b>Паскаль</b>
<pre> алг нач     цел k, s     s := 0     k := 1     нц пока s &lt; 80         s := s + 2*k         k := k + 4     кц     вывод s кон </pre>	<pre> var k, s: integer; begin     s:=0;     k:=1;     while s &lt; 80 do begin         s:=s + 2*k;         k:=k + 4;     end;     write(s); end. </pre>

### Решение

Для решения данной задачи достаточно создать трассировочную таблицу и выполнить программу по шагам.

Выберем программу на языке Python. Пронумеруем строки программы, чтобы удобнее было фиксировать выполняемую строку.

```

01: s = 0
02: k = 1
03: while s < 80:
04:     s += 2*k
05:     k += 4
06: print(s)

```

Выполняем первую строку ( $s = 0$ ). Записываем в таблицу номер команды и результат ее выполнения, т. е. в столбец  $s$  записываем 0. Следующая команда присваивает  $k$  значение один. Проверяем условие  $s < 0$ , т. к. нуль меньше 80, то увеличиваем  $s$  на  $2k$  и записываем новое значение в таблицу. Увеличиваем  $k$  на 4 и также записываем в таблицу новое значение уже для  $k$ . Повторяем строки 3, 4 и 5 до тех пор, пока значение переменной  $s$  не станет больше или равным 80.

№	s	k
01	0	
02		1
04	2	
05		5
04	12	

<b>№</b>	<b>s</b>	<b>k</b>
05		9
04	30	
05		13
04	56	
05		17
04	90	
05		21
06	<b>90</b>	

**Правильный ответ:** 90.

(5 баллов)

### Вопрос 14

Запишите число, которое будет напечатано в результате выполнения следующей программы. Для вашего удобства программа представлена на четырех языках программирования.

<b>Си</b>	<b>Python</b>
<pre>#include&lt;stdio.h&gt; long F(long x) {     return 2*x*x-10*abs(x) + 10; }  int main() {     long a, b, t, M, R;     a = -10; b = 10;     M = a; R = F(a);     for (t=a; t&lt;=b; t++) {         if (F(t) &lt;= R) {             M = t; R = F(t);         }     }     printf("%ld", M + R);     return 0; }</pre>	<pre>def f(x):     return 2*x*x-10*abs(x) + 10 a = -10 b = 10 M = a R = f(a) for t in range(a, b + 1):     if (f(t) &lt; R):         M = t         R = f(t); print(M + 43)</pre>

Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> алг нач     цел a, b, t, M, R     a := -10; b := 10     M := a; R := F(a)     нц для t от a до b         если F(t) &lt;= R то             M := t; R := F(t)         все     кц     вывод M + R кон алг цел F(цел x) нач     знач := 2*x*x-10*abs(x) + 10 кон </pre>	<pre> var a, b, t, M, R :longint; function F(x: longint) : longint; begin     F := 2*x*x-10*abs(x) + 10; end;  begin     a := -10; b := 10;     M := a; R := F(a);     for t := a to b do begin         if (F(t) &lt;= R) then begin             M := t;             R := F(t)         end     end;     write(M + R) end. </pre>

## Решение

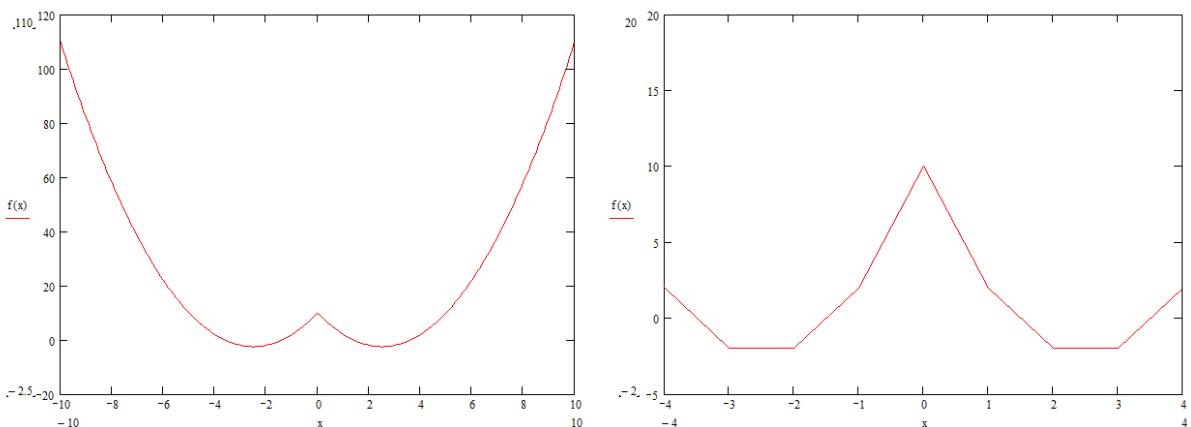
Для решения данной задачи можно также составить трассировочную таблицу. Однако в ней будет 40 строк, что довольно много.

Проанализируем код. В цикле меняется значение переменной  $t$  от  $-10$  до  $+10$  с шагом 1. Для каждого значения переменной цикла проверяется условие:

$$F(t) < R,$$

где  $F(t)$  – это значение функции при текущем значении переменной  $t$ ,  $R$  – это значение функции в предыдущей точке.

Поскольку при истинности условия аргумент и значение функции сохраняются ( $M = t$ ;  $R = F(t)$ ), можно с уверенностью сказать, что ищется минимум функции. Построим график функции:  $F(x) = 2x^2 - 10|abs(x)| + 10$ .



Из графика видим, что минимум будет в четырех точках  $(-3, -2)$ ,  $(-2, -2)$ ,  $(2, -2)$  и  $(3, -2)$ . Так как используется условие строго меньше ( $<$ ), берем первую точку, т. е.  $M = -3$  и  $R = -2$ . На экран выводится сумма  $M + R = 40$ .

**Правильный ответ:** 40.

(5 баллов)

### Вопрос 15

Напишите в ответе число, равное количеству различных значений входной переменной  $k$ , при которых приведенная ниже программа выводит тот же ответ, что и при входном значении  $k = 35$ . Значение  $k = 35$  также включается в подсчет различных значений  $k$ .

Си	Python
<pre>#include &lt;iostream&gt; using namespace std;  int F(int n){     return n*n*n; } int main(){ int i, k; cin &gt;&gt; k; i = 1; while(F(i) &lt; k) i=i + 1; if(F(i)-k&lt;=k-F(i-1))     cout &lt;&lt; i; else     cout &lt;&lt; (i - 1); return 0; }</pre>	<pre>def f(n):     return n*n*n  k = int(input()) i = 1 while f(i) &lt; k:     i = i + 1 if f(i)-k &lt;= k-f(i-1):     print(i) else:     print(i-1)</pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre>алг нач цел k, i ввод k i := 1 нц пока f(i) &lt; k     i := i + 1 кц если f(i)-k &lt;= k-f(i-1) то вывод i иначе вывод i-1 все кон  алг цел f(цел x) нач знач := n * n * n кон</pre>	<pre>var k, i: longint; function f(n: longint): longint; begin     f := n*n*n; end;  begin     readln(k);     i := 1;     while f(i) &lt; k do         i:= i + 1;     if f(i)-k &lt;= k-f(i-1) then         writeln(i)     else writeln(i-1); end.</pre>

## Решение

Проанализируем код программы (на примере Python).

```
def f(n):
    return n*n*n

k = int(input())
i = 1
while f(i) < k:
    i = i + 1
if f(i)-k <= k-f(i-1):
    print(i)
else:
    print(i-1)
```

Функция  $f()$  возвращает куб числа. Поскольку цикл выполняется, пока истинно условие  $f(i) < k$ , значит,  $i$  – это первое натуральное число, куб которого больше либо равен  $k$ .

Сначала определим, какой ответ получится, если ввести число 35. Для этого построим таблицу кубов первых десяти натуральных чисел.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(i)$	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Видим, что цикл прервётся при  $i = 4$ . Аналогичный результат будет получен при любом значении  $k \in [28, 64]$ .

После цикла проверяется условие  $f(i)-k \leq k-f(i-1)$ . Подставляем в него полученные данные и получаем:

$$\begin{aligned}f(4)-k &\leq k-f(3) \\64-35 &\leq 35-27 \\29 &\leq 8 \\&\text{FALSE}\end{aligned}$$

Так как условие ложное, то выполняется функция после `else` и на экран будет выведено число  $i-1 = 3$ .

Теперь определим, при каких значения будет получен такой же результат. Решим неравенство относительно  $k$ :

$$\begin{aligned}f(i)-k &\leq k-f(i-1) \\64-k &\leq k-27\end{aligned}$$

$$64 + 27 \leq k + k$$

$$91 \leq 2k$$

$$45 \leq k$$

Нас интересуют значения, при которых условие ложно, т. е.  $k < 45$ . Получается, что  $k \in [28, 44]$ .

Обратим внимание на условный оператор еще раз. Если условие «истина», то будет выведено число `i`. Значит, при  $k \in [9, 27]$  и истинности условия  $27-k \leq k-8$ . На экране также будет число 3. Решаем неравенство и получаем, что в этом случае  $k \in [17, 27]$ . Объединяя оба интервала в один и находим количество целых чисел на нем:

$$k \in [17, 44] \rightarrow 44 - 17 + 1 = 28.$$

**Правильный ответ:** 28.

(13 баллов)

*Вариант 4*  
*(с решениями)*

**Вопрос 1**

Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа  $999_{10}$ ?

**Решение**

Переведем число 999 из десятичной в двоичную систему счисления.

999	1
499	1
249	1
124	0
62	0
31	1
15	1
7	1
3	1
1	1

Запишем результат  $999_{10} \rightarrow 1111100111_2$ . Подсчитываем количество единиц.

**Правильный ответ:** 8.

*(5 баллов)*

**Вопрос 2**

Сколько существует натуральных чисел  $N$ , для которых выполняется неравенство  $11000110_2 < N < 11001001_2$ ? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

### **Решение**

Оба числа записаны в одной системе счисления. Поэтому достаточно вычесть из большего числа меньшее.

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\ 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

Так как неравенство строгое, необходимо вычесть еще единицу. В результате получим:  $10_2$ .

**Правильный ответ:** 2.

(5 баллов)

### **Вопрос 3**

Вычислите выражение:  $2025_9 + 2025_7 - 2023_4$ . Ответ дайте в десятичной системе счисления.

### **Решение**

Приведем все числа к одной системе счисления. Удобнее всего пользоваться десятичной системой.

$$2023_4 \Rightarrow 2 \cdot 4^3 + 0 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0 = 128 + 8 + 1 = 137_{10}$$

$$2025_7 \Rightarrow 2 \cdot 7^3 + 0 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7^1 + 5 \cdot 7^0 = 147 + 7 + 5 = 159_{10}$$

$$2025_9 \Rightarrow 2 \cdot 9^3 + 0 \cdot 9^2 + 2 \cdot 9^1 + 5 \cdot 9^0 = 1458 + 18 + 5 = 1481_{10}$$

Подставляем в исходное выражение и вычисляем:

$$1481 + 159 - 137 = 1503.$$

**Правильный ответ:** 1503.

(5 баллов)

#### **Вопрос 4**

Значение арифметического выражения  $25^7 + 5^6 - 5$  записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр 4 содержится в этой записи?

#### **Решение**

Число  $25^7$  можно записать как  $5^{14}$ . В системе счисления с основанием 5, это будет выглядеть как единица и четырнадцать нулей:

$$10000000000000_5.$$

Число  $5^6$  в системе счисления с основанием 5:  $1000000_5$ . Сложим его с предыдущим числом и получим:

$$10000000100000_5.$$

Вычитаем  $10_5$ .

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ - 1 \ 0 \\ \hline 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 4 \ 4 \ 4 \ 4 \ 4 \ 0 \end{array}$$

Считаем количество четверок в результате.

**Правильный ответ:** 5.

(5 баллов)

#### **Вопрос 5**

Найдите среднее арифметическое чисел  $244_8$ ,  $85_{16}$  и  $1001011_2$ . Ответ представьте в десятичной системе счисления.

#### **Решение**

Среднее арифметическое трех чисел определяется по формуле:

$$S_{\text{ср}} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}.$$

Чтобы сложить три числа, нужно представить их в одной системе счисления. Поскольку ответ необходимо дать в десятичной системе счисления, запишем все исходные данные в ней.

$$244_8 = 2 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 = 128 + 32 + 4 = 164_{10}$$

$$85_{16} = 8 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0 = 133_{10}$$

$$1001011_2 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 64 + 8 + 2 + 1 = 75_{10}$$

Находим среднее арифметическое:

$$S_{\text{ср}} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} = \frac{164 + 133 + 75}{3} = \frac{369}{3} = 123.$$

**Правильный ответ:** 124.

(5 баллов)

### Вопрос 6

Даны пять целых чисел, записанных в восьмеричной системе счисления:  $138_8$ ,  $140_8$ ,  $142_8$ ,  $144_8$ ,  $146_8$ . Сколько среди них чисел, которые больше, чем  $65_{16}$ ?

### Решение

Запишем число  $65_{16}$  в восьмеричной системе счисления. Проще всего это сделать через двоичную систему счисления.

$$65_{16} \Rightarrow 01100101_2 \Rightarrow 145_8.$$

Сравниваем это число с исходным рядом. Видим, что оно располагается между числами  $144_8$  и  $146_8$ . Справа от числа  $65_{16}$  находится только одно число.

**Правильный ответ:** 1.

(5 баллов)

## Вопрос 7

На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15; 40]$  и  $Q = [21; 63]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , для которого логическое выражение

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

### Решение

Чтобы упростить выражение, введем следующие обозначения:

$$P_x = x \in P, Q_x = x \in Q, A_x = x \in A.$$

В этом случае логическое выражение можно записать следующим образом:

$$P_x \rightarrow ((Q_x \wedge \neg A_x) \rightarrow \neg P_x).$$

В выражение входит пять логических операций. Последней будет выполняться импликация. Запишем таблицу истинности для этой операции.

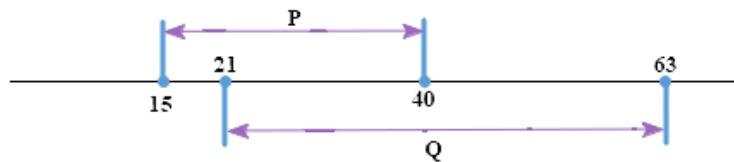
$P_x$	$(Q_x \wedge \neg A_x) \rightarrow \neg P_x$	$\rightarrow$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Как видно из таблицы, если точка  $x$  лежит вне диапазона  $P = [15; 40]$ , то результат будет всегда «истина». Внутри этого диапазона результат всего выражения будет «ложь», если operand  $(Q_x \wedge \neg A_x) \rightarrow \neg P_x$  также «ложь». Здесь аналогично последней операцией будет выполнена импликация.

$Q_x \wedge \neg A_x$	$\neg P_x$	$\rightarrow$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Обращаем внимание, что мы рассматриваем вариант, при котором точка попадает в интервал  $P$ . В этом случае  $\neg P_x$  равно «ложь». Следовательно, результат всего выражения будет ложным при истинности операнда  $(Q_x \wedge \neg A_x)$ .

В этом случае «истина» будет достигаться при истинности  $Q_x$  (это отрезок  $[21, 40]$ ) и одновременной истинности  $\neg A_x$ .



Другими словами, если разместить отрезок  $A$  вне интервала  $[21, 40]$ , то для значений  $x$  на данном отрезке все выражение будет ложным. Следовательно, размещаем отрезок  $A$  в данных границах.

Длина отрезка  $A$  в данном случае равна 19 ( $40 - 21$ ).

**Правильный ответ:** 19.

(14 баллов)

### Вопрос 8

Заполните таблицу истинности логического выражения:

$$(A \rightarrow B) \vee \neg C.$$

В ответ введите значения, записанные в столбце  $F$  (сверху вниз, без пробелов).

$A$	$B$	$C$	$F$
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

### Решение

Расставим приоритеты логических операций и выполним их последовательно, фиксируя результаты в таблице истинности.

$$\left( A \xrightarrow{1} B \right) \xrightarrow{3} \neg C.$$

A	B	C	1	2	F
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1

**Правильный ответ:** 11111011.

(5 баллов)

### Вопрос 9

По каналу связи передаются шифрованные сообщения, содержащие только пять букв:  $A, B, C, D, E$ ; для передачи используется неравномерный двоичный код. Для кодирования букв используются кодовые слова.

A	0
B	?
C	100
D	1011
E	1010

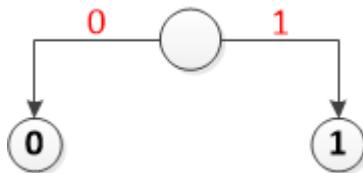
Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы  $B$ , при котором код удовлетворяет условию Фано. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

*Примечание.* Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

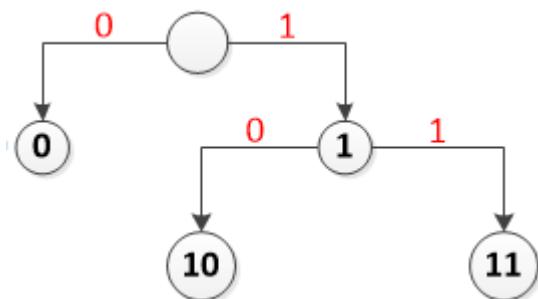
### Решение

При построении кодовой таблицы важно помнить, что ни один код не может быть началом другого.

Начнем строить двоичное дерево кодов.



Самых коротких кодов (длиной в один символ) может быть только два: 0 и 1. По условию задачи код 0 закреплен за символом *A*. Поэтому дерево продолжаем строить только по правой ветке.



10 не можем использовать, т. к. это начало кода букв *C* (100), *D* (1011) и *E* (1010). С 11 ни один с известных кодов не начинается. Других символов без кода кроме *B* в словаре не осталось. Значит, можем для *B* взять код 11.

**Правильный ответ:** 11.

(5 баллов)

## Вопрос 10

Для 5 букв русского алфавита заданы их двоичные коды (для некоторых букв – из двух бит, для некоторых – из трех). Эти коды представлены в таблице:

T	K	A	I	C
001	11	01	000	10

Из четырех полученных сообщений в этой кодировке только одно прошло без ошибки и может быть корректно декодировано. Найдите его.

- a) 01011110000100011
- b) 10111100001000110
- c) 00101111000010001
- d) 01011110000100010

### Решение

Проверим все четыре варианта и выберем тот, что соответствует условию задачи.

Декодирование будем проводить следующим образом. Берем по одному символу из шифра, пока не получим код из таблицы. Заменим эту последовательность на соответствующую букву. Продолжим брать по одному символу, пока не получим новый код. И так до тех пор, пока не закончим декодирование. Если при этом останутся символы, которые мы не сможем никаким образом интерпретировать, следовательно, процесс декодирования завершился некорректно.

*Вариант а) 01011110000100011*

Берем первый бит – 0. Смотрим таблицу. Символа с таким кодом нет. Добавляем следующий бит – 01. Новый код соответствует символу А. Записываем первый символ и продолжаем декодирование. Следующая последовательность, которая представлена в таблице: снова 01, что соответствует символу А.

Получили: АА. Оставшийся код: 1110000100011.

Продолжаем декодирование и в результате получим ААКСИСТ. Однако остался один символ, который никак не декодируется.

01	01	11	10	000	10	001	1
A	A	K	C	И	C	T	?

Аналогичным образом проверим остальные варианты

*Вариант b) 10111100001000110*

10	11	11	000	01	000	11	0
C	K	K	И	A	И	K	?

*Вариант c) 00101111000010001*

001	01	11	10	000	10	001	
T	A	K	C	И	C	T	

*Вариант d) 01011110000100010*

01	01	11	10	000	10	001	0
A	A	K	C	И	C	T	?

**Правильный ответ: с.**

(5 баллов)

### Вопрос 11

Для нескольких букв русского алфавита заданы их двоичные коды (для некоторых букв – из трех бит, для некоторых – из четырех). Эти коды представлены в таблице:

M	C	И	E	O	П	P	H	A	K
000	001	010	0110	0111	111	110	100	1010	1011

Из четырех полученных сообщений в этой кодировке найдите то, что соответствует слову «СКОРПИОН».

- a) 001101101111101110100111100
- b) 110101000110110111111011010

- c) 11010100011101000110111010
- d) 001011100010001101000100110
- e) 001101111001110001000101011

### **Решение**

Решить эту задачу можно двумя способами:

- закодировать слово и найти соответствующий код в списке;
- декодировать все коды в списке и найти соответствующее слово.

Закодируем слово «СКОРПИОН». Для этого вместо каждой буквы подставим соответствующий код из таблицы.

C	K	O	P	П	И	О	Н
001	1011	0111	110	111	010	0111	100

**Правильный ответ:** а.

(5 баллов)

### **Вопрос 12**

Исполнитель *Черепаха* действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, ее голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: **Поднять хвост**, означающая переход к перемещению без рисования; **Опустить хвост**, означающая переход в режим рисования; **Вперед *n*** (где *n* – целое число),зывающая передвижение Черепахи на *n* единиц в том направлении, куда указывает ее голова; **Назад *n*** (где *n* – целое число),зывающая передвижение в противоположном голове направлении; **Направо *m*** (где *m* – целое число),зывающая изменение направления движения

на  $m$  градусов по часовой стрелке; **Налево  $m$**  (где  $m$  – целое число), вызывающая изменение направления движения на  $m$  градусов против часовой стрелки.

Запись **Повтори  $k$  [Команда1 Команда2 ... Команда $S$ ]** означает, что последовательность из  $S$  команд повторится  $k$  раз.

Черепахе был дан для исполнения следующий алгоритм:

**Повтори 3 [*Вперед 26 Направо 90 Вперед 10 Направо 90*]**

**Поднять хвост**

**Вперед 4 Направо 90 Вперед 8 Налево 90**

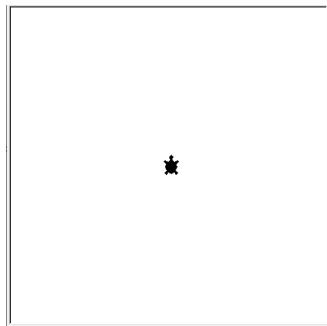
**Опустить хвост**

**Повтори 9 [*Вперед 53 Направо 90 Вперед 75 Направо 90*]**

Определите периметр области пересечения фигур, ограниченных заданными алгоритмом линиями.

### Решение

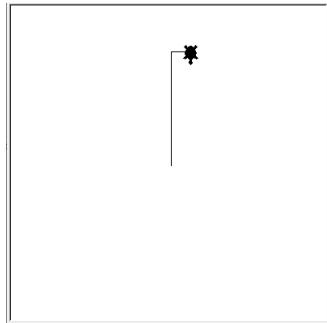
Размещаем черепашку в центр координат.



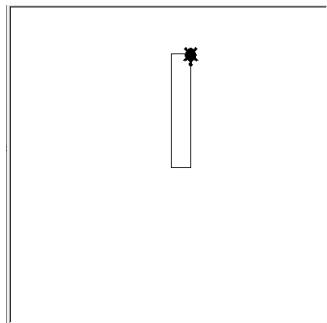
### Команды

*Вперед 26 Направо 90 Вперед 10 Направо 90*

позволят построить два отрезка длиной 26 и 10.



Если же повторить эти команду два раза, то будет построен прямоугольник со сторонами  $23 \times 10$ . После трех повторений черепашка окажется в правом верхнем углу прямоугольника и будет смотреть вниз.



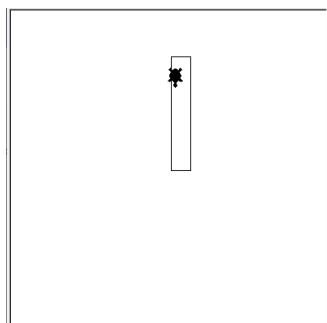
Следующий набор команд:

*Поднять хвост*

*Вперед 4 Направо 90 Вперед 8 Налево 90*

*Опустить хвост*

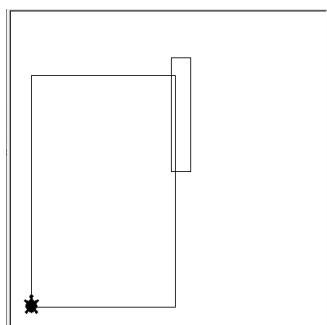
переместит черепашку в новую точку.



Последний цикл

*Повтори 9 [Вперед 53 Направо 90 Вперед 75 Направо 90]*

позволит нарисовать новый прямоугольник размером  $53 \times 75$ .



В итоге получили, что пересечением двух прямоугольников является прямой. Осталось поставить размеры и рассчитать периметр:



Из рисунка видно, что высота нового прямоугольника равна 19, а ширина 2. Отсюда находим периметр:

$$19 + 2 + 19 + 2 = 42.$$

**Правильный ответ:** 42.

(13 баллов)

### Вопрос 13

Запишите число, которое будет напечатано в результате выполнения следующей программы. Для вашего удобства программа представлена на четырех языках программирования.

Си	Python
#include<stdio.h> int main() { int s = 228550, n = 0; while (s > 0) { n = n + s%10; s = s/10; } printf("%d\n", n); return 0; }	s = 228550 n = 0 while s > 0: n = n + s % 10 s = s // 10 print(n)

<b>Алгоритмический язык</b>	<b>Паскаль</b>
<pre> алг нач     цел s, n     s := 228550     n := 0     нц пока s &gt; 0         n := n + mod(s, 10)         s := div(s, 10)     кц     вывод n кон </pre>	<pre> var s, n: integer; begin     s := 228550;     n := 0;     while s &gt; 0 do     begin         n := n + s mod 10;         s := s div 10;     end;     writeln(n) end. </pre>

### Решение

Для решения данной задачи достаточно создать трассировочную таблицу и выполнить программу по шагам.

Выберем программу на языке Python. Пронумеруем строки программы, чтобы удобнее было фиксировать выполняемую строку.

```

01: s = 228550
02: n = 0
03: while s > 0:
04:     n = n + s % 10
05:     s = s // 10
06: print(n)

```

Выполняем первую строку ( $s = 228550$ ). Записываем в таблицу номер команды и результат ее выполнения, т. е. в столбец  $s$  записываем 228550. Следующая команда присваивает  $n$  значение 1. Проверяем условие  $s > 0$ , т. к. число 228550 больше нуля, то делим  $s$  нацело на 10 и остаток от деления прибавляем к  $n$ . Новое значение для  $n$  записываем в таблицу. Делим  $s$  нацело на 10 и результат помещаем в переменную  $s$ . Повторяем строки 3, 4 и 5 до тех пор, пока значение переменной  $s$  на станет равным нулю.

№	s	n
01	228550	
02		0
04		0
05	22855	
04		5

№	s	n
05	2285	
04		10
05	228	
04		18
05	22	
04		20
05	2	
04		22
05	0	
06		22

**Правильный ответ:** 22.

(5 баллов)

#### Вопрос 14

Запишите число, которое будет напечатано в результате выполнения следующей программы. Для вашего удобства программа представлена на четырех языках программирования.

Си	Python
<pre>#include&lt;stdio.h&gt; long F(long x) {     return 2*(x*x-9)*(x*x-9)+10; }  int main() {     long a, b, t, M, R;     a = -10; b = 10;     M = a; R = F(a);     for (t=a; t&lt;=b; t++) {         if (F(t) &lt;= R) {             M = t; R = F(t);         }     }     printf("%ld", M+R);     return 0; }</pre>	<pre>def F(x):     if x &gt; 0:         return (x-2)**2 + 2     else:         return (x+2)**2 + 16  a = -10 b = 10 M = a; R = F(a) for t in range(a,b+1):     if F(t) &lt;= R:         M = t; R = F(t) print(M+R)</pre>

Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> алг нач     цел a, b, t, M, R     a := -10; b := 10     M := a; R := F(a)     нц для t от a до b         если F(t) &lt;= R то             M := t; R := F(t)         все     кц     вывод M+R кон алг цел F(цел x) нач     знач := 2*(x*x-9)*(x*x-9)+10 кон </pre>	<pre> var a, b, t, M, R :longint; function F(x: longint) : longint; begin     F := 2*(x*x-9)*(x*x-9)+10; end;  begin     a := -10; b := 10;     M := a; R := F(a);     for t := a to b do begin         if (F(t) &lt;= R) then begin             M := t;             R := F(t)         end     end;     write(M+R) end. </pre>

## Решение

Для решения данной задачи можно также составить трассировочную таблицу. Однако в ней будет много строк.

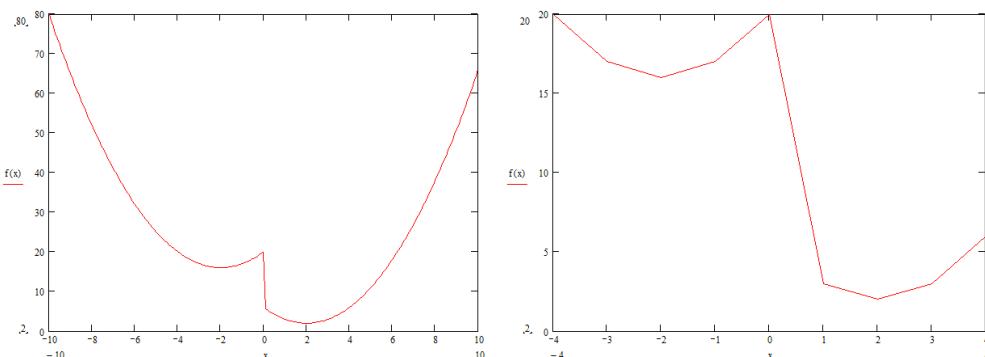
Проанализируем код. В цикле меняется значение переменной  $t$  от  $-10$  до  $+10$  с шагом 1. Для каждого значения переменной цикла проверяется условие:

$$F(t) \leq R,$$

где  $F(t)$  – это значение функции при текущем значении переменной  $t$ ,  $R$  – это значение функции в предыдущей точке.

Поскольку при истинности условия аргумент и значение функции сохраняются ( $M = t$ ;  $R = F(t)$ ), можно с уверенностью сказать, что производится поиск минимума функции. Построим график функции:

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 + 2, & \text{при } x > 0, \\ (x+2)^2 + 16, & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$



Из графика видим, что минимум будет в точке  $(2, 2)$ , т. е.  $M = 2$  и  $R = 2$ .  
На экран выводится их сумма.

**Правильный ответ:** 4.

(5 баллов)

### Вопрос 15

Напишите в ответе наименьшее значение входной переменной  $k$ , при котором программа выдает ответ 11. Для вашего удобства программа приведена на четырех языках программирования.

Си	Python
#include <iostream> using namespace std;  long f(long n) { return n * n; } int main() { long k, i; cin >> k; i = 1; while (f(i) < k) i++; cout << i; return 0; }	def f(n): return n*n k = int(input()) i = 1 while f(i) < k: i += 1 print (i)
Алгоритмический язык	Паскаль
алг нач цел k, i ввод k i := 1 нц пока f(i) < k i := i + 1 кц вывод i кон  алг цел f(цел n) нач знач := n * n кон	var k, i : longint;  function f(n: longint): longint; begin f := n * n; end;  begin readln(k); i := 1; while f(i) < k do i := i+1; writeln(i) end.

## Решение

Проанализируем код программы (на примере Python).

```
def f(n):
    return n*n
k = int(input())
i = 1
while f(i) < k:
    i += 1
print (i)
```

Функция `f()` возвращает квадрат числа. Составим таблицу квадратов.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<code>f(i)</code>	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

Цикл прервется после того, как квадрат переменной `i` станет больше `k`. При этом значение переменной `i` равно 11. Значит значение `k` должно быть меньше либо равно 121. При этом оно не может быть меньше либо равно 100, поскольку цикл прервется при `i = 10`. Следовательно, минимальное значение, при котором после работы программы на экран будет выведено число 11, равно 101.

**Правильный ответ:** 101.

(13 баллов)