

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

---

Математика в социально-экономических науках. Профильный уровень  
*Открытый билет*

*Вариант 1*  
(с решениями)

**Вопрос 1**

При использовании какой ставки исходная база для начисления процентов не меняется?

- a) Простой
- b) Сложной
- c) Постоянной
- d) Переменной

**Правильный ответ:** Простой.

(6 баллов)

**Вопрос 2**

Найдите значение выражения:  $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \div \frac{1}{18}$ .

- a) 6
- b) 9
- c)  $\frac{1}{36}$
- d) 18

### Решение

Выражение, записанное в скобках, приведем к общему знаменателю, а деление на  $\frac{1}{18}$  заменим умножением на число 18. Выполнив элементарные преобразования, получаем:

$$\left(\frac{1 \cdot 2 + 1 \cdot 1}{6}\right) \cdot 18 = \frac{3}{6} \cdot 18 = \frac{1}{2} \cdot 18 = 9.$$

**Правильный ответ:** 9.

*(3 балла)*

### Вопрос 3

Найдите значение выражения:  $(4 - \sqrt{3}) \cdot (4 + \sqrt{3})$ .

- a) 13
- b) 19
- c) 11
- d)  $4\sqrt{3}$

### Решение

Для нахождения значения данного выражения, необходимо воспользоваться формулами сокращенного умножения. Разность квадратов определяется следующим образом:  $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ . В нашем случае:  $a = 4$ ,  $b = \sqrt{3}$ . Подставив данные значения в формулу, получаем:

$$(4 - \sqrt{3}) \cdot (4 + \sqrt{3}) = 4^2 - (\sqrt{3})^2 = 16 - 3 = 13.$$

**Правильный ответ:** 13.

*(3 балла)*

#### Вопрос 4

Годовая ставка сложных ссудных процентов равна 12%. Через сколько лет сумма, вложенная в банк по этой ставке, удвоится? Ответ дайте в годах с точностью до целого значения. Введите полученное число без указания единиц измерения.

#### Решение

Чтобы найти срок удвоения вложенной суммы, можно воспользоваться приближённой оценкой – «правилом 72». Необходимо число 72 разделить на ставку, выраженную целым числом:  $72/12 = 6$  лет.

**Правильный ответ: 6.**

*(3 балла)*

#### Вопрос 5

В условной экономике за последние 5 лет фиксировались следующие значения уровня инфляции:

Год	2020	2021	2022	2023	2024
Уровень инфляции, %	10	13	16	12	9,5

Вычислите, в каком году наблюдался самый высокий по значению темп прироста (убыли) показателя.

- a) 2021 г.
- b) 2022 г.
- c) 2023 г.
- d) 2024 г.

## Решение

Сначала необходимо найти абсолютный прирост (убыль). Он равен разности между последующим и предыдущим значением.

$$2024 \text{ г.: } 9,5 - 12 = -2,5\%.$$

$$2023 \text{ г.: } 12 - 16 = -4\%.$$

$$2022 \text{ г.: } 16 - 13 = 3\%.$$

$$2021 \text{ г.: } 13 - 10 = 3\%.$$

Чтобы найти темп прироста (убыли), необходимо абсолютный прирост (убыль) разделить на предыдущее значение и умножить на 100%.

$$2024 \text{ г.: } -\frac{2,5}{12} \cdot 100\% = -20,8\%.$$

$$2023 \text{ г.: } -\frac{4}{16} \cdot 100\% = -25\%.$$

$$2022 \text{ г.: } \frac{3}{13} \cdot 100\% = 23\%.$$

$$2021 \text{ г.: } \frac{3}{10} \cdot 100\% = 30\%.$$

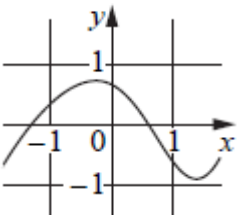
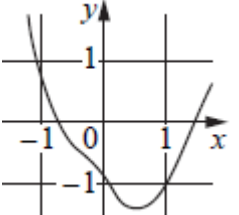
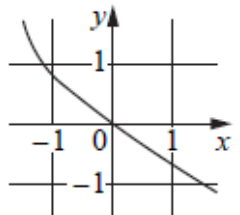
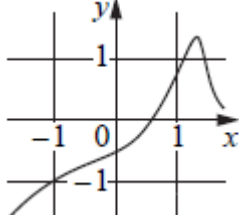
Таким образом, самый высокий по значению темп прироста (убыли) наблюдался в 2021 г.

**Правильный ответ:** 2021 г.

(6 баллов)

## Вопрос 6

Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке  $[-1; 1]$ .

А	Б	В	Г
			

Характеристики функций:

- 1) функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ ;
- 2) функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ ;
- 3) функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ ;
- 4) функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ .

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

### Решение

Точка максимума – это такая внутренняя точка графика, что значение функции в ней больше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальный «холмик». Следовательно, характеристике «функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой А.

Точка минимума – такая внутренняя точка графика, что значение функции в ней меньше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальная «ямка». Следовательно, характеристике «функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Б.

Функция  $y = f(x)$  убывает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) < f(x_1)$ . Следовательно, характеристике «функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой В.

Функция  $y = f(x)$  возрастает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) > f(x_1)$ . Следовательно, характеристике «функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Г.

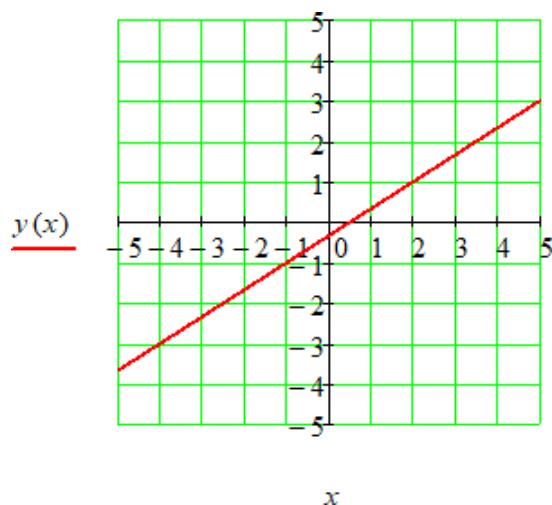
**Правильный ответ:**

А	Б	В	Г
1	2	3	4

(6 баллов)

## Вопрос 7

График какой из приведенных ниже функций изображен на рисунке?



a)  $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

b)  $y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

c)  $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

d)  $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$

### Решение

Прямая имеет вид линейной функции  $y(x) = kx + b$ .

Из рисунка видно, что она проходит через точку с координатами  $x_1 = -1$ ,  $y_1 = -1$  и точку с координатами  $x_2 = 2$ ,  $y_2 = 1$ .

Подставим последовательно значения  $x_1 = -1$ ,  $y_1 = -1$  и  $x_2 = 2$ ,  $y_2 = 1$  в функцию  $y(x) = kx + b$ . Получим:

1)  $-1 = k \cdot (-1) + b$  или  $-1 = -k + b$  и 2)  $1 = k \cdot 2 + b$  или  $1 = 2k + b$ .

Выразим из первого равенства:  $k = b + 1$ . Подставим  $k = b + 1$  во второе равенство и получим  $b$ :

$$1 = 2(b + 1) + b \Rightarrow 1 = 2b + 2 + b \Rightarrow 1 - 2 = 3b \Rightarrow b = -\frac{1}{3}.$$

Подставим  $b = -\frac{1}{3}$  в  $k = b + 1$ :  $k = -\frac{1}{3} + 1 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$ .

Значит, функция имеет вид:  $y(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ .

(4 балла)

### Вопрос 8

Найдите значение выражения:  $\frac{30\sin 79^\circ \cdot \cos 79^\circ}{\sin 158^\circ}$ .

### Решение

Воспользуемся тригонометрической формулой двойного угла:

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha.$$

Числитель выражения в соответствии с формулой двойного угла преобразуется следующим образом:

$$30\sin 79^\circ \cdot \cos 79^\circ = 15 \cdot 2 \cdot \sin 79^\circ \cdot \cos 79^\circ = 15 \cdot \sin(2 \cdot 79^\circ) = 15\sin 158^\circ.$$

Подставим полученное выражение в исходное вместо числителя, в итоге получим:

$$\frac{30\sin 79^\circ \cdot \cos 79^\circ}{\sin 158^\circ} = \frac{15\sin 158^\circ}{\sin 158^\circ} = 15.$$

**Правильный ответ:** 15.

(3 балла)

### Вопрос 9

Решите уравнение:  $x^2 - 17x + 72 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

- a) 8
- b) 9
- c) -8
- d) -9

### Решение

Если в квадратном уравнении вида:  $ax^2 + bx + c = 0$  коэффициент  $a = 1$ , то можно воспользоваться теоремой Виета. Согласно данной теореме произведение корней равно свободному члену  $c$ , а сумма корней коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. То есть  $x_1 \cdot x_2 = c$ ,  $x_1 + x_2 = -b$ . Зададимся вопросом: произведение каких двух чисел = 72? Очевидно, что это числа 8 и 9. Сумма этих чисел равна 17, то есть коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. Получили:  $x_1 = 8$ ,  $x_2 = 9$ . В задаче требуется в качестве ответа указать больший корень. Больший корень = 9.

**Правильный ответ:** 9

(4 балла)

### Вопрос 10

Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} 10x + 2y = 120, \\ -15x + 2y = -60. \end{cases}$$

Укажите в ответе, чему равен  $y$ .

### Решение

Распишем решение по шагам.

*Первый шаг.* Выразим из первого уравнения системы  $2y$ . Выражаем  $2y$  потому что во втором уравнении также встречается  $2y$ .

$$2y = 120 - 10x$$

*Второй шаг.* Подставим полученное выражение во второе уравнение и найдем  $x$

$$-15x + (120 - 10x) = -60$$

$$-15x + 120 - 10x = -60$$

$$-25x = -60 - 120$$

$$-25x = -180$$

$$x = 7.2$$

*Третий шаг.* Подставим найденное значение  $x$  в выражение для  $y$ , полученное на первом шаге, и найдем  $y$ .

$$2y = 120 - 10 \cdot 7.2$$

$$2y = 120 - 72$$

$$2y = 48$$

$$y = 24$$

В задаче требуется в качестве ответа указать, чему равен  $y$ . Получили  $y = 24$ .

**Правильный ответ:** 24.

(3 балла)

### Вопрос 11

Решите неравенство:  $2x - 2(3x - 1) > 6$ .

- a)  $x > -1$
- b)  $x > 1$
- c)  $x \leq -1$
- d)  $x < -1$

### Решение

Чтобы решить неравенство, сначала нужно решить соответствующее уравнение:

$$2x - 2(3x - 1) = 6$$

$$2x - 6x + 2 = 6$$

$$-4x = 4.$$

Откуда  $x = -1$ .

Данный корень является точкой смены знака в неравенстве. Возьмем точку, расположенную на числовой оси левее точки  $x = -1$ . Одной из таких точек будет точка  $x = -2$ . Подставим  $x = -2$  в исходное неравенство и проверим знак.

$$2 \cdot (-2) - 2(3 \cdot (-2) - 1) > 6$$

$$-4 - 2 \cdot (-7) > 6$$

$$10 > 6$$

Видно, что неравенство выполняется. Следовательно, решение неравенства будет на числовой оси левее точки  $x = -1$ , то есть при  $x < -1$ .

**Правильный ответ:**  $x < -1$ .

(3 балла)

### Вопрос 12

Найдите производную функции:  $f(x) = x^5 + 2x^2 + 50$ . В ответ запишите значение производной в точке  $x = 2$ .

a) 88

b) 102

c) 50

d) 80

### Решение

Для нахождения производной воспользуемся таблицей производных.

Найдем в таблице производную степенной функции:  $(x^n)' = nx^{n-1}$ . Учтем, что производная константы равна нулю. А также, что производная алгебраической суммы нескольких функций равна алгебраической сумме производных этих функций, то есть  $(U + V)' = U' + V'$ .

Следовательно, производная функции  $f(x)$  равна:

$$f'(x) = (x^5)' + 2(x^2)' + (50)' = 5x^{5-1} + 2 \cdot 2x^{2-1} + 0 = 5x^4 + 4x.$$

Вычислим значение производной функции в точке  $x = 2$ . Для этого подставим в полученную производную  $x = 2$ :

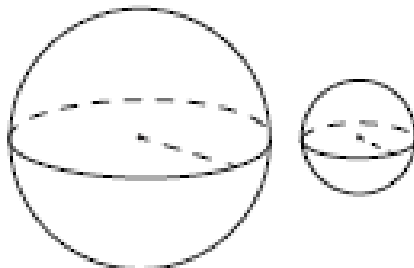
$$f'(2) = 5 \cdot 2^4 + 4 \cdot 2 = 5 \cdot 16 + 8 = 88.$$

**Правильный ответ:** 88.

(4 балла)

### Вопрос 13

Даны два шара радиусами 6 и 3. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



- a) 9
- b) 4
- c) 3
- d) 2

### Решение

Применим формулу для нахождения площади поверхности шара:  $S = 4\pi R^2$ . Обозначим площадь поверхности большего шара и его радиус –  $S_2$  и  $R_2$ , площадь поверхности меньшего шара и его радиус –  $S_1$  и  $R_1$ . Запишем отношение площади большего шара к площади меньшего шара, подставив в формулу радиусы шаров:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi R_2^2}{4\pi R_1^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{6^2}{3^2} = \frac{36}{9} = 4.$$

Получили – площадь поверхности большого шара больше площади поверхности меньшего шара в 4 раза.

**Правильный ответ: 4.**

*(9 баллов)*

#### **Вопрос 14**

Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе запишите сумму всех его корней.

$$16 \cdot 4^{x^2+12} = 4^{-2x+22}.$$

#### **Решение**

Легко заметить, что число 16 можно представить следующим образом:  $16 = 4^2$ . С учётом этого факта перепишем уравнение в следующем виде:

$$4^2 \cdot 4^{x^2+12} = 4^{-2x+22}.$$

Известно, что при умножении степеней с одинаковыми основаниями, основание оставляем без изменений, а показатели степеней складываем. Соответственно выражение принимает вид:

$$4^{2+x^2+12} = 4^{-2x+22}.$$

Чтобы найти неизвестное  $x$ , необходимо приравнять степени:

$$2 + x^2 + 12 = -2x + 22.$$

Перенесем все члены уравнения в левую часть и получим квадратное уравнение, решив которое найдем неизвестные  $x$ :

$$x^2 + 2x - 8 = 0.$$

Так как коэффициент при  $x^2 = 1$ , то найдем корни уравнения по теореме Виета. Согласно данной теоремы:

$$x_1 \cdot x_2 = -8, \quad x_1 + x_2 = -2.$$

Получаем:  $x_1 = -4, \quad x_2 = 2$ .

По условию задачи в ответ необходимо записать сумму корней:

$$-4 + 2 = -2.$$

**Правильный ответ:**  $-2$ .

(9 баллов)

### Вопрос 15

Найдите  $8\cos(2\pi + \beta) + 10\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$ , если  $\cos\beta = -\frac{1}{9}$ .

Ответ запишите в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Найдите  $8\cos(2\pi + \beta) + 10\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$ , если  $\cos\beta = -\frac{1}{9}$ .

Ответ запишите в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

### Решение

Для решения данной задачи воспользуемся тригонометрическими формулами:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta,$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta.$$

Запишем  $\cos(2\pi + \beta)$  в соответствии с формулой косинуса суммы углов:

$$\cos(2\pi + \beta) = \cos 2\pi \cdot \cos\beta - \sin 2\pi \cdot \sin\beta.$$

Известно, что  $\cos 2\pi = 1$ ,  $\sin 2\pi = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos\beta = -\frac{1}{9}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\cos(2\pi + \beta) = \cos 2\pi \cdot \cos\beta - \sin 2\pi \cdot \sin\beta = 1 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) - 0 \cdot \sin\beta = -\frac{1}{9}.$$

Запишем  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$  в соответствии с формулой синуса суммы углов:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos\beta + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\beta.$$

Известно, что  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos\beta = -\frac{1}{9}.$$

**Правильный ответ:**  $-2$ .

*(8 баллов)*

**Вариант 2**  
(с решениями)

**Вопрос 1**

При использовании какой ставки исходная база для начисления процентов постоянно увеличивается?

- a) Простой
- b) Сложной
- c) Постоянной
- d) Переменной

**Правильный ответ:** Сложной.

(6 баллов)

**Вопрос 2**

Найдите значение выражения:  $\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) \div \frac{1}{2}$ .

**Решение**

Выражение, записанное в скобках, приведем к общему знаменателю, а деление на  $\frac{1}{2}$  заменим умножением на число 2. Выполнив элементарные преобразования, получаем:

$$\left(\frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot 5}{6}\right) \cdot 2 = \frac{9}{6} \cdot 2 = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3.$$

**Правильный ответ:** 3.

(3 балла)

**Вопрос 3**

Найдите значение выражения:  $(3\sqrt{15} + 5) \cdot (3\sqrt{15} - 5)$ .

### Решение

Для нахождения значения данного выражения, необходимо воспользоваться формулами сокращенного умножения. Разность квадратов определяется следующим образом:  $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ . В нашем случае:  $a = 3\sqrt{15}$ ,  $b = 5$ .

Подставив данные значения в формулу, получаем:

$$(3\sqrt{15} + 5) \cdot (3\sqrt{15} - 5) = (3\sqrt{15})^2 - 5^2 = 3^2 \cdot 15 - 25 = 135 - 25 = 110.$$

**Правильный ответ:** 110.

*(3 балла)*

### Вопрос 4

Согласно новому финансовому соглашению, платеж в 100 тыс. руб. со сроком уплаты 5 мая 2023 г. заменяется платежом со сроком уплаты 5 мая 2024 г. Определите величину нового платежа, если используется сложная ставка 10% годовых. Ответ введите в тысячах рублей.

### Решение

Величину нового платежа необходимо вычислить по формуле:

$$100 \cdot (1 + \text{Ставка в виде десятичной дроби} \cdot \text{Срок переноса платежа в годах}).$$

Подставив данные в формулу, получим:

$$100 \cdot (1 + 0,1 \cdot 1) = 110 \text{ тыс. руб.}$$

**Правильный ответ:** 110.

*(3 балла)*

### Вопрос 5

В условной экономике за последние 5 лет фиксировались следующие значения уровня безработицы:

Год	2020	2021	2022	2023	2024
Уровень безработицы, %	7	4	6	5	3

Вычислите, в каком году наблюдался самый высокий по значению темп прироста (убыли) показателя.

- a) 2021 г.
- b) 2022 г.
- c) 2023 г.
- d) 2024 г.

### Решение

Сначала необходимо найти абсолютный прирост (убыль). Он равен разности между последующим и предыдущим значением.

$$2024 \text{ г.: } -3 - 5 = -2\%.$$

$$2023 \text{ г.: } 5 - 6 = -1\%.$$

$$2022 \text{ г.: } 6 - 4 = 2\%.$$

$$2021 \text{ г.: } 4 - 7 = -3\%.$$

Чтобы найти темп прироста (убыли), необходимо абсолютный прирост (убыль) разделить на предыдущее значение и умножить на 100%.

$$2024 \text{ г.: } -\frac{2}{5} \cdot 100\% = -40\%.$$

$$2023 \text{ г.: } -\frac{1}{6} \cdot 100\% = -16,7\%.$$

$$2022 \text{ г.: } \frac{2}{4} \cdot 100\% = 50\%.$$

$$2021 \text{ г.: } -\frac{3}{7} \cdot 100\% = -42,9\%.$$

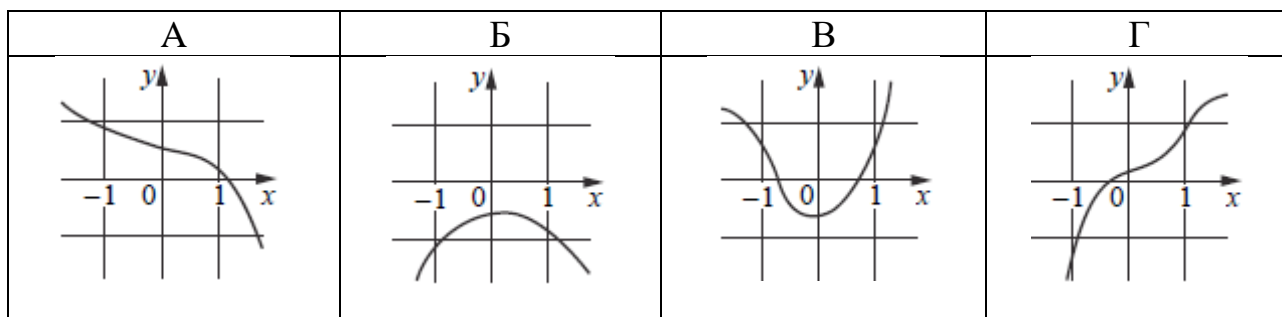
Таким образом, самый высокий по значению темп прироста (убыли) наблюдался в 2022 г.

**Правильный ответ:** 2022 г.

(6 баллов)

### Вопрос 6

Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке  $[-1; 1]$ .



Характеристики функций:

- 1) Функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 2) Функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 3) Функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 4) Функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ .

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

### Решение

Точка максимума – это такая внутренняя точка графика, что значение функции в ней больше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальный «холмик». Следовательно, характеристике «функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Б.

Точка минимума – такая внутренняя точка графика, что значение функции в ней меньше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальная «ямка». Следовательно, характеристике «функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой В.

Функция  $y = f(x)$  убывает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) < f(x_1)$ .

Следовательно, характеристике «функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой А.

Функция  $y = f(x)$  возрастает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) > f(x_1)$ .

Следовательно, характеристике «функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Г.

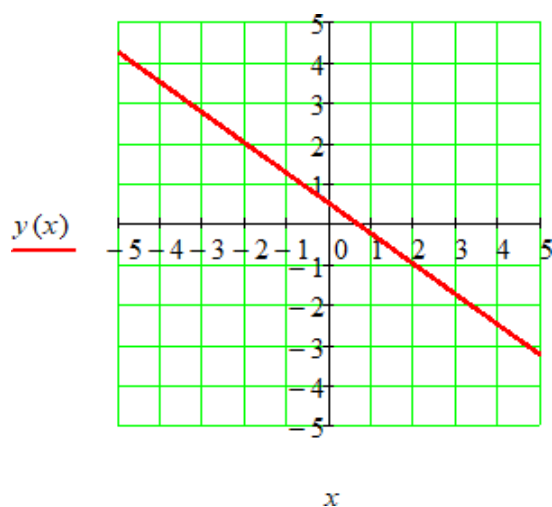
**Правильный ответ:**

А	Б	В	Г
3	1	2	4

(6 баллов)

### Вопрос 7

График какой из приведенных ниже функций изображен на рисунке?



a)  $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$

b)  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

c)  $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

d)  $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$

### Решение

Прямая имеет вид линейной функции  $y(x) = kx + b$ .

Из рисунка видно, что она проходит через точку с координатами  $x_1 = 2$ ,  $y_1 = -1$  и точку с координатами  $x_2 = -2$ ,  $y_2 = 2$ .

Подставим последовательно значения  $x_1 = 2$ ,  $y_1 = -1$  и  $x_2 = -2$ ,  $y_2 = 2$  в функцию  $y(x) = kx + b$ . Получим:

$$1) -1 = k \cdot 2 + b \text{ или } -1 = 2k + b \text{ и } 2) 2 = k \cdot (-2) + b \text{ или } 2 = -2k + b.$$

Выразим из второго равенства:  $b = 2 + 2k$ . Подставим  $b = 2 + 2k$  в первое равенство и получим  $k$ :

$$-1 = 2k + (2 + 2k) \Rightarrow 2k + 2k = -1 - 2 \Rightarrow 4k = -3 \Rightarrow k = -\frac{3}{4}.$$

Подставим  $k = -\frac{3}{4}$  в  $b = 2 + 2k$ :

$$b = 2 + 2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \Rightarrow b = 2 - \frac{6}{4} \Rightarrow b = \frac{2 \cdot 4 - 6}{4} \Rightarrow b = \frac{2}{4} \Rightarrow b = \frac{1}{2}.$$

Значит, функция имеет вид:  $y(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ .

**Правильный ответ:**  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ .

(4 балла)

### Вопрос 8

Найдите значение выражения:  $\frac{3\sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ}$ .

### Решение

Воспользуемся тригонометрической формулой двойного угла:

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha.$$

Числитель выражения в соответствии с формулой двойного угла преобразуется следующим образом:

$$3\sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 1,5 \cdot 2 \cdot \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 1,5 \cdot \sin(2 \cdot 120^\circ) = 1,5 \sin 240^\circ.$$

Подставим полученное выражение в исходное вместо числителя, в итоге получим:

$$\frac{3\sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ} = \frac{1,5\sin 240^\circ}{\sin 240^\circ} = 1,5.$$

**Правильный ответ:** 1,5.

(3 балла)

### Вопрос 9

Решите уравнение:  $x^2 - 14x + 40 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

### Решение

Если в квадратном уравнении вида:  $ax^2 + bx + c = 0$  коэффициент  $a = 1$ , то можно воспользоваться теоремой Виета. Согласно данной теоремы произведение корней равно свободному члену  $c$ , а сумма корней коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. То есть  $x_1 \cdot x_2 = c$ ,  $x_1 + x_2 = -b$ . Зададимся вопросом: произведение каких двух чисел = 40? Очевидно, что это числа 4 и 10. Сумма этих чисел равна 14, то есть коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. Получили:  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 10$ . В задаче требуется в качестве ответа указать больший корень. Больший корень = 10.

**Правильный ответ:** 10.

(4 балла)

### Вопрос 10

Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} 10x + 2y = 120, \\ -15x + y = -60. \end{cases}$$

Укажите в ответе, чему равен  $y$ .

### Решение

Распишем решение по шагам.

*Первый шаг.* Выразим из второго уравнения системы  $y$ .

$$y = -60 + 15x.$$

*Второй шаг.* Подставим полученное выражение в первое уравнение вместо  $y$  и найдем  $x$

$$10x + 2(-60 + 15x) = 120$$

$$10x - 120 + 30x = 120$$

$$40x = 120 + 120$$

$$40x = 240$$

$$x = 6$$

*Третий шаг.* Подставим найденное значение  $x$  в выражение для  $y$ , полученное на первом шаге, и найдем  $y$ .

$$y = -60 + 15 \cdot 6 = -60 + 90 = 30.$$

В задаче требуется в качестве ответа указать, чему равен  $y$ . Получили  $y = 30$ .

**Правильный ответ:** 30.

(3 балла)

### Вопрос 11

Решите неравенство  $2x - 2(3x - 1) > 2$

a)  $x > 4$

b)  $x < 1$

c)  $x < 0$

d)  $x > 2$

### Решение

Чтобы решить неравенство, сначала нужно решить соответствующее уравнение:

$$2x - 2(3x - 1) = 2$$

$$2x - 6x + 2 = 2$$

$$-4x = 0. \text{ Откуда } x = 0.$$

Данный корень является точкой смена знака в неравенстве. Возьмем точку, расположенную на числовой оси левее точки  $x = 0$ . Одной из таких точек будет точка  $x = -1$ . Подставим  $x = -1$  в исходное неравенство и проверим знак.

$$2 \cdot (-1) - 2(3 \cdot (-1) - 1) > 2$$

$$-2 - 2 \cdot (-4) > 2$$

$$6 > 2$$

Видно, что неравенство выполняется. Следовательно, решение неравенства будет на числовой оси левее точки  $x = 0$ , то есть при  $x < 0$ .

**Правильный ответ:**  $x < 0$ .

(3 балла)

### Вопрос 12

Найдите производную функции:  $f(x) = x^6 + 5x^3 - 10x^2 + 100$ . В ответ запишите значение производной в точке  $x = 1$ .

### Решение

Для нахождения производной воспользуемся таблицей производных. Найдем в таблице производную степенной функции:  $(x^n)' = nx^{n-1}$ . Учтем, что производная константы равна нулю. А также, что производная алгебраической суммы нескольких функций равна алгебраической сумме производных этих функций, то есть  $(U + V)' = U' + V'$ .

Следовательно, производная функции  $f(x)$  равна:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^6)' + 5(x^3)' - 10(x^2)' + (100)' = \\ &= 6x^{6-1} + 5 \cdot 3x^{3-1} - 10 \cdot 2x^{2-1} + 0 = 6x^5 + 15x^2 - 20x. \end{aligned}$$

Вычислим значение производной функции в точке  $x = 1$ . Для этого подставим в полученную производную  $x = 1$ :

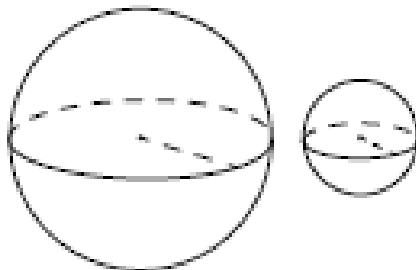
$$f'(1) = 6 \cdot 1^5 + 15 \cdot 1^2 - 20 \cdot 1 = 6 + 15 - 20 = 1.$$

**Правильный ответ:** 1.

(4 балла)

### Вопрос 13

Даны два шара радиусами 12 и 4. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



### Решение

Применим формулу для нахождения площади поверхности шара:  $S = 4\pi R^2$ . Обозначим площадь поверхности большего шара и его радиус –  $S_2$  и  $R_2$ , площадь поверхности меньшего шара и его радиус –  $S_1$  и  $R_1$ . Запишем отношение площади большего шара к площади меньшего шара, подставив в формулу радиусы шаров:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi R_2^2}{4\pi R_1^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{12^2}{4^2} = \frac{144}{16} = 9.$$

Получили – площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего шара в 9 раз.

**Правильный ответ:** 9.

(9 баллов)

### Вопрос 14

Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе запишите сумму всех его корней.

$$81 \cdot 3^{2(x^2+4)} = 3^{x^2-5x+6}.$$

### Решение

Легко заметить, что число 81 можно представить следующим образом:  $81 = 3^4$ . С учётом этого факта перепишем уравнение в следующем виде:

$$3^4 \cdot 3^{2(x^2+4)} = 3^{x^2-5x+6}.$$

Известно, что при умножении степеней с одинаковыми основаниями, основание оставляем без изменений, а показатели степеней складываем. Соответственно выражение принимает вид:

$$3^{4+2(x^2+4)} = 3^{x^2-5x+6}.$$

Чтобы найти неизвестное  $x$ , необходимо приравнять степени:

$$4 + 2(x^2 + 4) = x^2 - 5x + 6.$$

Перенесем все члены уравнения в левую часть:

$$4 + 2x^2 + 8 - x^2 + 5x - 6 = 0.$$

и получим квадратное уравнение:  $x^2 + 5x + 6 = 0$ .

Так как коэффициент при  $x^2 = 1$ , то найдем корни уравнения по теореме Виета. Согласно данной теореме:  $x_1 \cdot x_2 = 6$ ,  $x_1 + x_2 = -5$ .

Получаем:  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = -3$ .

По условию задачи в ответ необходимо записать сумму корней:

$$-2 - 3 = -5.$$

**Правильный ответ:**  $-5$ .

*(9 баллов)*

### Вопрос 15

Найдите  $8\cos(2\pi + \beta) + 10\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$ , если  $\cos\beta = \frac{2}{9}$ .

Ответ запишите в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

### Решение

Для решения данной задачи воспользуемся тригонометрическими формулами:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta,$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta.$$

Запишем  $\cos(2\pi + \beta)$  в соответствии с формулой косинуса суммы углов:

$$\cos(2\pi + \beta) = \cos 2\pi \cdot \cos\beta - \sin 2\pi \cdot \sin\beta.$$

Известно, что  $\cos 2\pi = 1$ ,  $\sin 2\pi = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos\beta = \frac{2}{9}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\cos(2\pi + \beta) = \cos 2\pi \cdot \cos\beta - \sin 2\pi \cdot \sin\beta = 1 \cdot \frac{2}{9} - 0 \cdot \sin\beta = \frac{2}{9}.$$

Запишем  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$  в соответствии с формулой синуса суммы углов:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos\beta + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\beta.$$

Известно, что  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos\beta = \frac{2}{9}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = 1 \cdot \frac{2}{9} + 0 \cdot \sin\beta = \frac{2}{9}.$$

Подставим полученные значения в исходное выражение и получим окончательный ответ:

$$8\cos(2\pi + \beta) + 10\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = 8 \cdot \frac{2}{9} + 10 \cdot \frac{2}{9} = \frac{16}{9} + \frac{20}{9} = \frac{36}{9} = 4.$$

**Правильный ответ:** 4.

*(8 баллов)*

### **Вариант 3**

(с решениями)

#### **Вопрос 1**

Какая процентная ставка применяется к одной и той же первоначальной сумме долга на протяжении всего срока депозита?

- a) Простая
- b) Сложная
- c) Постоянная
- d) Переменная

**Правильный ответ:** Простая.

(6 баллов)

#### **Вопрос 2**

Найдите значение выражения:  $\left(\frac{2}{3} + \frac{7}{6}\right) \div \frac{1}{6}$ .

#### **Решение**

Выражение, записанное в скобках, приведем к общему знаменателю, а деление на  $\frac{1}{6}$  заменим умножением на число 6. Выполнив элементарные преобразования, получаем:

$$\left(\frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot 7}{6}\right) \cdot 6 = \frac{11}{6} \cdot 6 = 11.$$

**Правильный ответ:** 11.

(3 балла)

### Вопрос 3

Найдите значение выражения:  $(2\sqrt{15} + 5) \cdot (2\sqrt{15} - 5)$ .

### Решение

Для нахождения значения данного выражения, необходимо воспользоваться формулами сокращенного умножения. Разность квадратов определяется следующим образом:  $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ . В нашем случае:  $a = 2\sqrt{15}$ ,  $b = 5$ . Подставив данные значения в формулу, получаем:

$$(2\sqrt{15} + 5) \cdot (2\sqrt{15} - 5) = (2\sqrt{15})^2 - 5^2 = 2^2 \cdot 15 - 25 = 60 - 25 = 35.$$

**Правильный ответ:** 35.

*(3 балла)*

### Вопрос 4

Множитель наращеня, рассчитанный для срока 3 года, равен 1,6. Чему равна простая ссудная ставка?

- a) 10% годовых.
- b) 20% годовых.
- c) 30% годовых.
- d) 40% годовых.

### Решение

Множитель наращеня рассчитывается по формуле:

$$M_G = 1 + nr,$$

где  $n$  – срок;  $r$  – ставка.

Из этой формулы выведем ставку:

$$r = \frac{M_G - 1}{n}.$$

Получим:

$$\frac{(1,6 - 1)}{3} = 0,2 = 20\% \text{ ГОДОВЫХ.}$$

**Правильный ответ:** 20% годовых.

(3 балла)

### Вопрос 5

В условной экономике за последние 5 лет фиксировались следующие значения уровня безработицы:

Год	2020	2021	2022	2023	2024
Уровень безработицы, %	8	4	6	5	4

Вычислите темп роста показателя в 2023 г. Ответ дайте в процентах с точностью до одной цифры после десятичной запятой. Введите полученное число без указания единиц измерения.

### Решение

Чтобы найти темп роста (убыли), необходимо последующий уровень разделить на предыдущий уровень и умножить на 100%.

Рассчитаем показатель для 2023 г.:

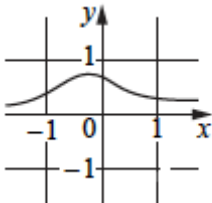
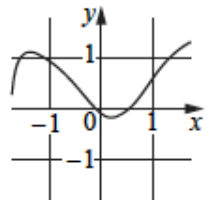
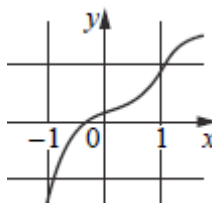
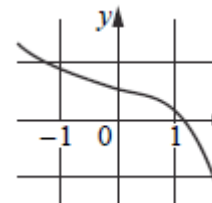
$$\frac{5}{6} \cdot 100 \% \approx 83,333 \% .$$

**Правильный ответ:** 83,3.

(6 баллов)

### Вопрос 6

Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке  $[-1; 1]$ .

А	Б	В	Г
			

Характеристики функций:

- 1) Функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 2) Функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 3) Функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 4) Функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ .

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

### Решение

Точка максимума – это такая внутренняя точка графика, что значение функции в ней больше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальный «холмик». Следовательно, характеристике «функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой А.

Точка минимума – такая внутренняя точка графика, что значение функции в ней меньше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальная «ямка». Следовательно, характеристике «функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Б.

Функция  $y = f(x)$  убывает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) < f(x_1)$ .

Следовательно, характеристике «функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Г.

Функция  $y = f(x)$  возрастает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) > f(x_1)$ . Следовательно, характеристике «функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой В.

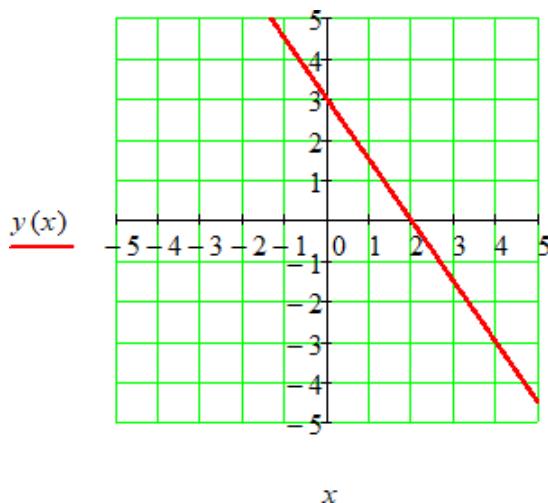
**Правильный ответ:**

А	Б	В	Г
1	2	4	3

(6 баллов)

### Вопрос 7

График какой из приведенных ниже функций изображен на рисунке?



- a)  $y = -1,5x + 3$
- b)  $y = 1,5x + 3$
- c)  $y = 1,5x - 3$
- d)  $y = -1,5x - 3$

### Решение

Прямая имеет вид линейной функции  $y(x) = kx + b$ .

Из рисунка видно, что она проходит через точку с координатами  $x_1 = 0$ ,  $y_1 = 3$  и точку с координатами  $x_2 = 2$ ,  $y_2 = 0$ .

Подставим последовательно значения  $x_1 = 0$ ,  $y_1 = 3$  и  $x_2 = 2$ ,  $y_2 = 0$  в функцию  $y(x) = kx + b$ . Получим:

$$1) 3 = k \cdot 0 + b \text{ или } b = 3 \text{ и } 2) 0 = k \cdot 2 + b \text{ или } 0 = 2k + b.$$

Подставим  $b = 3$  во второе равенство и получим  $k$ :

$$0 = 2k + 3 \Rightarrow 2k = -3 \Rightarrow k = -\frac{3}{2} \Rightarrow k = -1,5.$$

Значит, функция имеет вид:  $y(x) = -1,5x + 3$ .

**Правильный ответ:**  $y = -1,5x + 3$ .

(4 балла)

### Вопрос 8

Найдите значение выражения:  $\frac{10 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ}$ .

### Решение

Воспользуемся тригонометрической формулой двойного угла:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Числитель выражения в соответствии с формулой двойного угла преобразуется следующим образом:

$$10 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 5 \cdot 2 \cdot \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 5 \cdot \sin(2 \cdot 120^\circ) = 5 \sin 240^\circ.$$

Подставим полученное выражение в исходное вместо числителя, в итоге получим:

$$\frac{10 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ} = \frac{5 \sin 240^\circ}{\sin 240^\circ} = 5.$$

**Правильный ответ:** 5.

(3 балла)

### Вопрос 9

Решите уравнение:  $x^2 - 3x + 2 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

### Решение

Если в квадратном уравнении вида:  $ax^2 + bx + c = 0$  коэффициент  $a = 1$ , то можно воспользоваться теоремой Виета. Согласно данной теореме произведение корней равно свободному члену  $c$ , а сумма корней коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. То есть  $x_1 \cdot x_2 = c$ ,  $x_1 + x_2 = -b$ . Зададимся вопросом: произведение каких двух чисел = 2? Очевидно, что это числа 1 и 2. Сумма этих чисел равна 3, то есть коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. Получили:  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ . В задаче требуется в качестве ответа указать больший корень. Больший корень = 2.

**Правильный ответ: 2**

(4 балла)

### Вопрос 10

Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} 10x + 2y = 12, \\ -15x + y = -10. \end{cases}$$

Укажите в ответе, чему равен  $y$ .

### Решение

Распишем решение по шагам.

*Первый шаг.* Выразим из второго уравнения системы  $y$ .

$$y = -10 + 15x$$

*Второй шаг.* Подставим полученное выражение в первое уравнение вместо  $y$  и найдем  $x$

$$10x + 2(-10 + 15x) = 12$$

$$10x - 20 + 30x = 12$$

$$40x = 12 + 20$$

$$40x = 32$$

$$x = \frac{32}{40} = \frac{4}{5}$$

*Третий шаг.* Подставим найденное значение  $x$  в выражение для  $y$ , полученное на первом шаге, и найдем  $y$ .

$$y = -10 + 15 \cdot \frac{4}{5} = -10 + 3 \cdot 4 = -10 + 12 = 2.$$

В задаче требуется в качестве ответа указать, чему равен  $y$ . Получили  $y = 2$ .

**Правильный ответ:** 2.

(3 балла)

### Вопрос 11

Решите неравенство  $5x - 3(2x + 1) > 10$ .

- a)  $x > 4$
- b)  $x < -13$
- c)  $x < 2$
- d)  $x > 2$

### Решение

Чтобы решить неравенство, сначала нужно решить соответствующее уравнение:

$$5x - 3(2x + 1) = 10$$

$$5x - 6x - 3 = 10$$

$$-x = 13. \text{ Откуда } x = -13.$$

Данный корень является точкой смена знака в неравенстве. Возьмем точку, расположенную на числовой оси левее точки  $x = -13$ . Одной из таких точек будет точка  $x = -15$ . Подставим  $x = -15$  в исходное неравенство и проверим знак.

$$5 \cdot (-15) - 3(2 \cdot (-15) + 1) > 10$$

$$-75 - 3 \cdot (-29) > 10$$

$$12 > 10$$

Видно, что неравенство выполняется. Следовательно, решение неравенства будет на числовой оси левее точки  $x = -13$ , то есть при  $x < -13$ .

**Правильный ответ:**  $x < -13$ .

(3 балла)

### Вопрос 12

Найдите производную функции:  $f(x) = x^5 + 2x^3 - 10x^2 + 10$ . В ответ запишите значение производной в точке  $x = 2$ .

### Решение

Для нахождения производной воспользуемся таблицей производных.

Найдем в таблице производную степенной функции:  $(x^n)' = nx^{n-1}$ . Учтем, что производная константы равна нулю. А также, что производная алгебраической суммы нескольких функций равна алгебраической сумме производных этих функций, то есть  $(U + V)' = U' + V'$ .

Следовательно, производная функции  $f(x)$  равна:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^5)' + 2(x^3)' - 10(x^2)' + (10)' = \\ &= 5x^{5-1} + 2 \cdot 3x^{3-1} - 10 \cdot 2x^{2-1} + 0 = 5x^4 + 6x^2 - 20x. \end{aligned}$$

Вычислим значение производной функции в точке  $x = 2$ . Для этого подставим в полученную производную:  $x = 2$ .

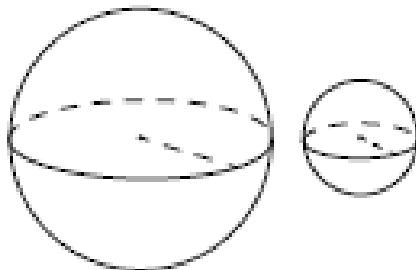
$$f'(2) = 5 \cdot 2^4 + 6 \cdot 2^2 - 20 \cdot 2 = 5 \cdot 16 + 6 \cdot 4 - 40 = 80 + 24 - 40 = 64.$$

**Правильный ответ:** 64.

(4 балла)

### Вопрос 13

Даны два шара радиусами 12 и 2. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



### Решение

Применим формулу для нахождения площади поверхности шара:  $S = 4\pi R^2$ . Обозначим площадь поверхности большего шара и его радиус –  $S_2$  и  $R_2$ , площадь поверхности меньшего шара и его радиус –  $S_1$  и  $R_1$ . Запишем отношение площади большего шара к площади меньшего шара, подставив в формулу радиусы шаров:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi R_2^2}{4\pi R_1^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{12^2}{2^2} = \frac{144}{4} = 36.$$

Получили – площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего шара в 36 раз.

**Правильный ответ:** 36.

*(9 баллов)*

### Вопрос 14

Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе запишите сумму всех его корней.

$$8 \cdot 2^{x^2+8} = 2^{-6x+3}.$$

## Решение

Легко заметить, что число 8 можно представить следующим образом:  
 $8 = 2^3$ . С учётом этого факта перепишем уравнение в следующем виде:

$$2^3 \cdot 2^{x^2+8} = 2^{-6x+3}.$$

Известно, что при умножении степеней с одинаковыми основаниями, основание оставляем без изменений, а показатели степеней складываем. Соответственно выражение принимает вид:

$$2^{3+x^2+8} = 2^{-6x+3}.$$

Чтобы найти неизвестное  $x$ , необходимо приравнять степени:

$$3 + x^2 + 8 = -6x + 3.$$

Перенесем все члены уравнения в левую часть:

$$3 + x^2 + 8 + 6x - 3 = 0.$$

и получим квадратное уравнение:  $x^2 + 6x + 8 = 0$ .

Так как коэффициент при  $x^2 = 1$ , то найдем корни уравнения по теореме Виета. Согласно данной теоремы:  $x_1 \cdot x_2 = 8$ ,  $x_1 + x_2 = -6$ .

Получаем:  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = -4$ .

По условию задачи в ответ необходимо записать сумму корней:

$$-2 - 4 = -6.$$

**Правильный ответ:**  $-6$

*(9 баллов)*

## Вопрос 15

Найдите  $10\cos(2\pi - \beta) + 17\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$ , если  $\cos\beta = \frac{2}{9}$ .

Ответ запишите в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

### Решение

Для решения данной задачи воспользуемся тригонометрическими формулами:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta,$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta.$$

Запишем  $\cos(2\pi - \beta)$  в соответствии с формулой косинуса разности углов:

$$\cos(2\pi - \beta) = \cos 2\pi \cdot \cos \beta + \sin 2\pi \cdot \sin \beta.$$

Известно, что  $\cos 2\pi = 1, \sin 2\pi = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos \beta = \frac{2}{9}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\cos(2\pi - \beta) = \cos 2\pi \cdot \cos \beta + \sin 2\pi \cdot \sin \beta = 1 \cdot \frac{2}{9} + 0 \cdot \sin \beta = \frac{2}{9}.$$

Запишем  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$  в соответствии с формулой синуса разности углов:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos \beta - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin \beta.$$

Известно, что  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos \beta = \frac{2}{9}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 1 \cdot \frac{2}{9} - 0 \cdot \sin \beta = \frac{2}{9}.$$

Подставим полученные значения в исходное выражение и получим окончательный ответ:

$$10\cos(2\pi - \beta) + 17\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 10 \cdot \frac{2}{9} + 17 \cdot \frac{2}{9} = \frac{20}{9} + \frac{34}{9} = \frac{54}{9} = 6.$$

**Правильный ответ:** 6.

(8 баллов)

**Вариант 4**  
(с решениями)

**Вопрос 1**

Какая процентная ставка применяется к наращенной сумме долга, т. е. к сумме, увеличенной на величину начисленных за предыдущий период процентов?

- a) Простая
- b) Сложная
- c) Постоянная
- d) Переменная

**Правильный ответ:** Сложная.

(6 баллов)

**Вопрос 2**

Найдите значение выражения:  $\left(\frac{1}{3} + \frac{7}{6}\right) \div \frac{1}{6}$ .

**Решение**

Выражение, записанное в скобках, приведем к общему знаменателю, а деление на  $\frac{1}{6}$  заменим умножением на число 6. Выполнив элементарные преобразования, получаем:

$$\left(\frac{1 \cdot 2 + 1 \cdot 7}{6}\right) \cdot 6 = \frac{9}{6} \cdot 6 = 9.$$

**Правильный ответ:** 9

(3 балла)

### Вопрос 3

Найдите значение выражения:  $(2\sqrt{15} + 6) \cdot (2\sqrt{15} - 6)$ .

### Решение

Для нахождения значения данного выражения, необходимо воспользоваться формулами сокращенного умножения. Разность квадратов определяется следующим образом:  $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ . В нашем случае:  $a = 2\sqrt{15}$ ,  $b = 6$ .

Подставив данные значения в формулу, получаем:

$$(2\sqrt{15} + 6) \cdot (2\sqrt{15} - 6) = (2\sqrt{15})^2 - 6^2 = 2^2 \cdot 15 - 36 = 60 - 36 = 24.$$

**Правильный ответ:** 24.

(3 балла)

### Вопрос 4

Вы положили в банк 3000 долл. Банк начисляет простые ссудные проценты по ставке 12% годовых. Какая сумма будет на вашем счете через 5 лет? Ответ дайте в долларах США с точностью до цента.

### Решение

Для того чтобы вычислить сумму на счету через 5 лет, воспользуемся формулой:

$$\text{Исходная сумма} \cdot (1 + nr),$$

где  $n$  – срок;  $r$  – ставка.

Подставим значения в формулу:

$$3000 \cdot (1 + 5 \cdot 0,12) = 4800 \text{ долл.}$$

**Правильный ответ:** 4800.

(3 балла)

### Вопрос 5

В условной экономике за последние 5 лет фиксировались следующие значения размера средней заработной платы населения:

Год	2020	2021	2022	2023	2024
Размер средней заработной платы населения, руб.	45 600	48 700	51 700	52 100	52 700

Вычислите темп роста показателя в 2024 г. по сравнению с 2022 г. Ответ дайте в процентах с точностью до одной цифры после десятичной запятой. Введите полученное число без указания единиц измерения.

### Решение

Чтобы найти темп роста (убыли), необходимо последующий уровень разделить на предыдущий уровень и умножить на 100%.

Рассчитаем показатель для 2024 г. по сравнению с 2022 г.:

$$\frac{52700}{51700} \cdot 100 \% \approx 101,934 \% .$$

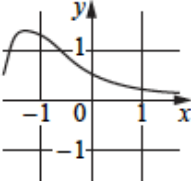
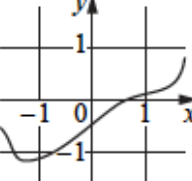
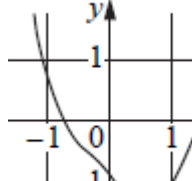
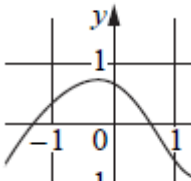
Полученное значение, округлённое с указанной точностью, равно 101,9%.

**Правильный ответ:** 101,9.

(6 баллов)

### Вопрос 6

Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке  $[-1; 1]$ .

А	Б	В	Г
			

Характеристики функций:

- 1) Функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 2) Функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 3) Функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 4) Функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ .

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер

А	Б	В	Г

### Решение

Точка максимума – это такая внутренняя точка графика, что значение функции в ней больше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальный «холмик». Следовательно, характеристике «функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Г.

Точка минимума – такая внутренняя точка графика, что значение функции в ней меньше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальная «ямка». Следовательно, характеристике «функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой В.

Функция  $y = f(x)$  убывает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) < f(x_1)$ . Следовательно, характеристике «функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой А.

Функция  $y = f(x)$  возрастает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) > f(x_1)$ . Следовательно, характеристике «функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Б.

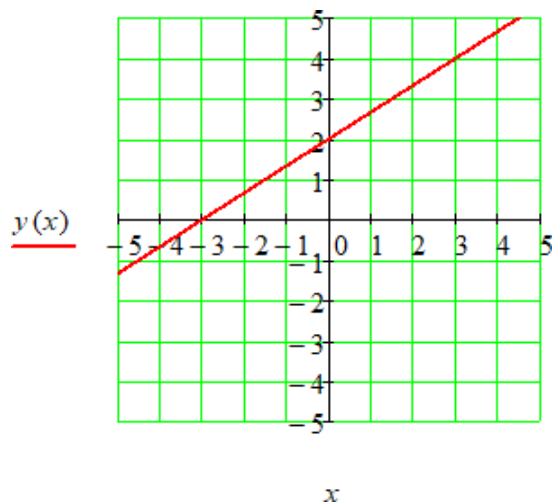
**Правильный ответ:**

А	Б	В	Г
3	4	2	1

(6 баллов)

### Вопрос 7

График какой из приведенных ниже функций изображен на рисунке?



a)  $y = \frac{2}{3}x + 2$

b)  $y = -\frac{2}{3}x - 2$

c)  $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

d)  $y = \frac{2}{3}x - 2$

### Решение

Прямая имеет вид линейной функции  $y(x) = kx + b$ .

Из рисунка видно, что она проходит через точку с координатами  $x_1 = -3$ ,  $y_1 = 0$  и точку с координатами  $x_2 = 0$ ,  $y_2 = 2$ .

Подставим последовательно значения  $x_1 = -3$ ,  $y_1 = 0$  и  $x_2 = 0$ ,  $y_2 = 2$  в функцию  $y(x) = kx + b$ . Получим:

1)  $0 = k \cdot (-3) + b$  или  $0 = -3k + b$  и 2)  $2 = k \cdot 0 + b$  или  $b = 2$ .

Подставим  $b = 2$  в первое равенство и получим  $k$ :

$$0 = -3k + 2 \Rightarrow 3k = 2 \Rightarrow k = \frac{2}{3}.$$

Значит, функция имеет вид:  $y(x) = \frac{2}{3}x + 2$ .

**Правильный ответ:**  $y = \frac{2}{3}x + 2$ .

(4 балла)

### Вопрос 8

Найдите значение выражения:  $\frac{12 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ}$ .

### Решение

Воспользуемся тригонометрической формулой двойного угла:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Числитель выражения в соответствии с формулой двойного угла преобразуется следующим образом:

$$12 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 6 \cdot 2 \cdot \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 6 \cdot \sin(2 \cdot 120^\circ) = 6 \sin 240^\circ.$$

Подставим полученное выражение в исходное вместо числителя, в итоге получим:

$$\frac{12 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ} = \frac{6 \sin 240^\circ}{\sin 240^\circ} = 6.$$

**Правильный ответ:** 6.

(3 балла)

### Вопрос 9

Решите уравнение:  $x^2 + 4x + 3 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

### Решение

Если в квадратном уравнении вида:  $ax^2 + bx + c = 0$  коэффициент  $a = 1$ , то можно воспользоваться теоремой Виета. Согласно данной теореме произведение корней равно свободному члену  $c$ , а сумма корней коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. То есть  $x_1 \cdot x_2 = c$ ,  $x_1 + x_2 = -b$ . Зададимся вопросом: произведение каких двух чисел = 3? Очевидно, что это числа 1 и 3. Сумма этих чисел равна 4. По теореме Виета сумма корней должны быть равна коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. Коэффициент  $b = 4$ . Сумма корней должна быть равна  $= -4$ . Значит корни уравнения будут такими:  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = -3$ . В задаче требуется в качестве ответа указать больший корень. Больший корень  $= -1$ .

**Правильный ответ:**  $-1$ .

(4 балла)

### Вопрос 10

Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} 10x + 2y = 240, \\ -15x + y = -100. \end{cases}$$

Укажите в ответе, чему равен  $y$ .

### Решение

Распишем решение по шагам.

*Первый шаг.* Выразим из второго уравнения системы  $y$ .

$$y = -100 + 15x$$

*Второй шаг.* Подставим полученное выражение в первое уравнение вместо  $y$  и найдем  $x$ .

$$10x + 2(-100 + 15x) = 240$$

$$10x - 200 + 30x = 240$$

$$40x = 240 + 200$$

$$40x = 440$$

$$x = 11$$

*Третий шаг.* Подставим найденное значение  $x$  в выражение для  $y$ , полученное на первом шаге, и найдем  $y$ .

$$y = -100 + 15 \cdot 11 = -100 + 165 = 65.$$

В задаче требуется в качестве ответа указать, чему равен  $y$ . Получили  $y = 65$ .

**Правильный ответ:** 65.

(3 балла)

### Вопрос 11

Решите неравенство  $3x + 4(8x + 10) < 75$ .

- a)  $x > 4$
- b)  $x > 2$
- c)  $x < 1$
- d)  $x > 1$

### Решение

Чтобы решить неравенство, сначала нужно решить соответствующее уравнение:

$$3x + 4(8x + 10) = 75$$

$$3x + 32x + 40 = 75$$

$$35x = 35. \text{ Откуда } x = 1.$$

Данный корень является точкой смены знака в неравенстве. Возьмем точку, расположенную на числовой оси левее точки  $x = 1$ . Одной из таких точек будет точка  $x = 0$ . Подставим  $x = 0$  в исходное неравенство и проверим знак.

$$3 \cdot 0 + 4(8 \cdot 0 + 10) < 75$$

$$0 + 4(0 + 10) < 75$$

$$40 < 75$$

Видно, что неравенство выполняется. Следовательно, решение неравенства будет на числовой оси левее точки  $x = 1$ , то есть при  $x < 1$ .

**Правильный ответ:**  $x < 1$ .

(3 балла)

### Вопрос 12

Найдите производную функции:  $f(x) = 10x^8 - 6x^6 + 5x^4 - 3x$ . В ответ запишите значение производной в точке  $x = 1$ .

### Решение

Для нахождения производной воспользуемся таблицей производных.

Найдем в таблице производную степенной функции:  $(x^n)' = nx^{n-1}$ . Учтем, что производная константы равна нулю. А также, что производная алгебраической суммы нескольких функций равна алгебраической сумме производных этих функций, то есть  $(U + V)' = U' + V'$ .

Следовательно, производная функции  $f(x)$  равна:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 10(x^8)' - 6(x^6)' + 5(x^4)' - 3(x)' = \\ &= 10 \cdot 8x^{8-1} - 6 \cdot 6x^{6-1} + 5 \cdot 4x^{4-1} - 3 \cdot 1 = \\ &= 80x^7 - 36x^5 + 20x^3 - 3. \end{aligned}$$

Вычислим значение производной функции в точке  $x = 1$ . Для этого подставим в полученную производную:  $x = 1$ .

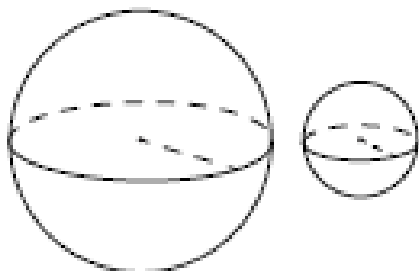
$$f'(1) = 80 \cdot 1^7 - 36 \cdot 1^5 + 20 \cdot 1^3 - 3 = 80 - 36 + 20 - 3 = 61.$$

**Правильный ответ:** 61.

(4 балла)

### Вопрос 13

Даны два шара радиусами 16 и 4. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



### Решение

Применим формулу для нахождения площади поверхности шара:  $S = 4\pi R^2$ . Обозначим площадь поверхности большего шара и его радиус –  $S_2$  и  $R_2$ , площадь поверхности меньшего шара и его радиус –  $S_1$  и  $R_1$ . Запишем отношение площади большего шара к площади меньшего шара, подставив в формулу радиусы шаров:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi R_2^2}{4\pi R_1^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{16^2}{4^2} = \frac{256}{16} = 16.$$

Получили – площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего шара в 16 раз.

**Правильный ответ:** 16.

(9 баллов)

### Вопрос 14

Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе запишите сумму всех его корней.

$$64 \cdot 4^{2x^2+4} = 4^{x^2-2x+15}.$$

### Решение

Легко заметить, что число 64 можно представить следующим образом:  
 $64 = 4^3$ . С учётом этого факта перепишем уравнение в следующем виде:

$$4^3 \cdot 4^{2x^2+4} = 4^{x^2-2x+15}.$$

Известно, что при умножении степеней с одинаковыми основаниями, основание оставляем без изменений, а показатели степеней складываем. Соответственно выражение принимает вид:

$$4^{3+2x^2+4} = 4^{x^2-2x+15}.$$

Чтобы найти неизвестное  $x$ , необходимо приравнять степени:

$$3 + 2x^2 + 4 = x^2 - 2x + 15.$$

Перенесем все члены уравнения в левую часть:

$$3 + 2x^2 + 4 - x^2 + 2x - 15 = 0.$$

и получим квадратное уравнение:  $x^2 + 2x - 8 = 0$ .

Так как коэффициент при  $x^2 = 1$ , то найдем корни уравнения по теореме Виета. Согласно данной теореме:  $x_1 \cdot x_2 = -8$ ,  $x_1 + x_2 = -2$ .

Получаем:  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = -4$ .

По условию задачи в ответ необходимо записать сумму корней:

$$2 - 4 = -2.$$

**Правильный ответ:**  $-2$ .

*(9 баллов)*

### Вопрос 15

Найдите  $6\cos(\pi - \beta) + 18\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$ , если  $\cos\beta = \frac{1}{3}$ .

Ответ запишите в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

### Решение

Для решения данной задачи воспользуемся тригонометрическими формулами:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta,$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta.$$

Запишем  $\cos(\pi - \beta)$  в соответствии с формулой косинуса разности углов:

$$\cos(\pi - \beta) = \cos \pi \cdot \cos \beta + \sin \pi \cdot \sin \beta.$$

Известно, что  $\cos \pi = -1$ ,  $\sin \pi = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos \beta = \frac{1}{3}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\cos(\pi - \beta) = \cos \pi \cdot \cos \beta + \sin \pi \cdot \sin \beta = -1 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \sin \beta = -\frac{1}{3}.$$

Запишем  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$  в соответствии с формулой синуса разности углов:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos \beta - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin \beta.$$

Известно, что  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos \beta = \frac{1}{3}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 1 \cdot \frac{1}{3} - 0 \cdot \sin \beta = \frac{1}{3}.$$

Подставим полученные значения в исходное выражение и получим окончательный ответ:

$$6 \cos(\pi - \beta) + 18 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 18 \cdot \frac{1}{3} = -2 + 6 = 4.$$

**Правильный ответ:** 4.

(8 баллов)

**Вариант 5**  
(с решениями)

**Вопрос 1**

Процесс пересчета будущей стоимости в текущую с использованием процентной ставки называется...

- a) наращением.
- b) дисконтированием.
- c) капитализацией.
- d) амортизацией.

**Правильный ответ:** дисконтированием.

(6 баллов)

**Вопрос 2**

Найдите значение выражения:  $\left(\frac{2}{3} + \frac{7}{6}\right) \div \frac{1}{6}$ .

**Решение**

Выражение, записанное в скобках, приведем к общему знаменателю, а деление на  $\frac{1}{6}$  заменим умножением на число 6. Выполнив элементарные преобразования, получаем:

$$\left(\frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot 7}{6}\right) \cdot 6 = \frac{11}{6} \cdot 6 = 11.$$

**Правильный ответ:** 11.

(3 балла)

### Вопрос 3

Найдите значение выражения:  $(2\sqrt{15} + 5) \cdot (2\sqrt{15} - 5)$ .

### Решение

Для нахождения значения данного выражения необходимо воспользоваться формулами сокращенного умножения. Разность квадратов определяется следующим образом:  $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ . В нашем случае:  $a = 2\sqrt{15}$ ,  $b = 5$ .

Подставив данные значения в формулу, получаем

$$(2\sqrt{15} + 5) \cdot (2\sqrt{15} - 5) = (2\sqrt{15})^2 - 5^2 = 2^2 \cdot 15 - 25 = 60 - 25 = 35.$$

**Правильный ответ:** 35.

*(3 балла)*

### Вопрос 4

Годовая ставка сложных ссудных процентов равна 6%. Через сколько лет сумма, вложенная в банк по этой ставке, удвоится?

### Решение

Чтобы найти срок удвоения вложенной суммы, можно воспользоваться приближенной оценкой – «правилом 72». Необходимо число 72 разделить на ставку, выраженную целым числом:  $72/6 = 12$  лет.

**Правильный ответ:** 12.

*(3 балла)*

### Вопрос 5

В условной экономике за последние 5 лет фиксировались следующие значения уровня инфляции:

Год	2020	2021	2022	2023	2024
Уровень инфляции, %	8	11,5	14	10	7

Вычислите, в каком году наблюдался самый высокий по модулю темп прироста (или снижения) уровня инфляции по сравнению с предыдущим годом?

- a) 2021 г.
- b) 2022 г.
- c) 2023 г.
- d) 2024 г.

### Решение

Сначала необходимо найти абсолютный прирост (убыль). Он равен разности между последующим и предыдущим значением.

$$2021 \text{ г.: } 11,5 - 8 = +3,5.$$

$$2022 \text{ г.: } 14 - 11,5 = +2,5.$$

$$2023 \text{ г.: } 10 - 14 = -4.$$

$$2024 \text{ г.: } 7 - 10 = -3.$$

Находим значения по модулю и выбираем максимальное.

$$2021 \text{ г.: } 3,5.$$

$$2022 \text{ г.: } 2,5.$$

$$2023 \text{ г.: } 4 \text{ (максимальное значение).}$$

$$2024 \text{ г.: } 3.$$

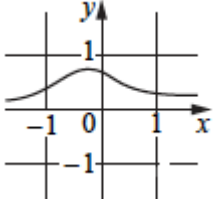
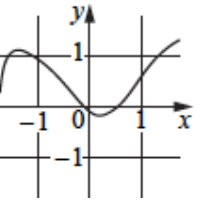
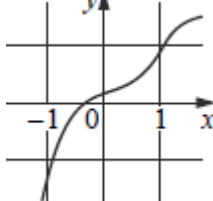
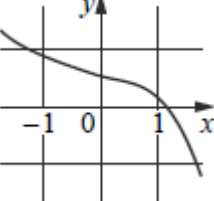
Таким образом, максимальное значение 4, следовательно, в 2023 г. был самый высокий по модулю темп прироста (или снижения) уровня инфляции по сравнению с предыдущим годом.

**Правильный ответ:** 2023 г.

(6 баллов)

### Вопрос 6

Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке  $[-1; 1]$ .

А	Б	В	Г
			

Характеристики функций:

- 1) Функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 2) Функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 3) Функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 4) Функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ .

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

### Решение

Точка максимума – это такая внутренняя точка графика, что значение функции в ней больше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальный «холмик». Следовательно, характеристике «функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой А.

Точка минимума – такая внутренняя точка графика, что значение функции в ней меньше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальная «ямка». Следовательно, характеристике «функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Б.

Функция  $y = f(x)$  убывает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) < f(x_1)$ . Следовательно, характеристике «функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Г.

Функция  $y = f(x)$  возрастает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) > f(x_1)$ . Следовательно, характеристике «функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой В.

**Правильный ответ:**

А	Б	В	Г
1	2	4	3

(6 баллов)

### Вопрос 7

Дана функция:  $y = 2x + 3$ . Найдите значение  $y$  при  $x = -1$ .

### Решение

Чтобы найти  $y$ , необходимо подставить значение  $x$  в выражение функции и выполнить арифметические действия.

Подставим  $x = -1$  в функцию  $y = 2x + 3$ :

$$y = 2 \cdot (-1) + 3.$$

Выполним умножение:

$$y = -2 + 3.$$

Выполним сложение:

$$y = 1.$$

**Правильный ответ: 1.**

(4 балла)

### Вопрос 8

Найдите значение выражения:  $\frac{10 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ}$ .

### Решение

Воспользуемся тригонометрической формулой двойного угла:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Числитель выражения в соответствии с формулой двойного угла преобразуется следующим образом:

$$10 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 5 \cdot 2 \cdot \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 5 \cdot \sin(2 \cdot 120^\circ) = 5 \sin 240^\circ.$$

Подставим полученное выражение в исходное вместо числителя, в итоге получим:

$$\frac{10 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ} = \frac{5 \sin 240^\circ}{\sin 240^\circ} = 5.$$

**Правильный ответ: 5.**

(3 балла)

### Вопрос 9

Решите уравнение:  $x^2 - 3x + 2 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

### Решение

Если в квадратном уравнении вида  $ax^2 + bx + c = 0$  коэффициент  $a = 1$ , то можно воспользоваться теоремой Виета. Согласно данной теореме, произведение корней равно свободному члену  $c$ , а сумма корней – коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. То есть  $x_1 \cdot x_2 = c$ ,  $x_1 + x_2 = -b$ . Зададимся вопросом: произведение каких двух чисел равно 2? Очевидно, что это числа 1 и 2. Сумма этих чисел равна 3, т. е. коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным

знаком. Получили:  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ . В задаче требуется в качестве ответа указать больший корень. Больший корень равен 2.

**Правильный ответ:** 2.

(4 балла)

### Вопрос 10

Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} 10x + 2y = 12, \\ -15x + y = -10. \end{cases}$$

Укажите в ответе, чему равен  $y$ .

### Решение

Распишем решение по шагам.

*Первый шаг.* Выразим из второго уравнения системы  $y$ .

$$y = -10 + 15x.$$

*Второй шаг.* Подставим полученное выражение в первое уравнение вместо  $y$  и найдем  $x$ .

$$10x + 2(-10 + 15x) = 12$$

$$10x - 20 + 30x = 12$$

$$40x = 12 + 20$$

$$40x = 32$$

$$x = \frac{32}{40} = \frac{4}{5}$$

*Третий шаг.* Подставим найденное значение  $x$  в выражение для  $y$ , полученное на первом шаге, и найдем  $y$ .

$$y = -10 + 15 \cdot \frac{4}{5} = -10 + 3 \cdot 4 = -10 + 12 = 2.$$

В задаче требуется в качестве ответа указать, чему равен  $y$ . Получили  $y = 2$ .

**Правильный ответ:** 2.

(3 балла)

### Вопрос 11

Решите неравенство  $5x - 3(2x + 1) > 10$ .

- a)  $x > 4$
- b)  $x < -13$
- c)  $x < 2$
- d)  $x > 2$

### Решение

Чтобы решить неравенство, сначала нужно решить соответствующее уравнение:

$$5x - 3(2x + 1) = 10$$

$$5x - 6x - 3 = 10$$

$$-x = 13. \text{ Откуда } x = -13.$$

Данный корень является точкой смены знака в неравенстве. Возьмем точку, расположенную на числовой оси левее точки  $x = -13$ . Одной из таких точек будет точка  $x = -15$ . Подставим  $x = -15$  в исходное неравенство и проверим знак.

$$5 \cdot (-15) - 3(2 \cdot (-15) + 1) > 10$$

$$-75 - 3 \cdot (-29) > 10$$

$$12 > 10$$

Видно, что неравенство выполняется. Следовательно, решение неравенства будет на числовой оси левее точки  $x = -13$ , т. е. при  $x < -13$ .

**Правильный ответ:**  $x < -13$ .

(3 балла)

### Вопрос 12

Найдите производную функции:  $f(x) = x^5 + 2x^3 - 10x^2 + 10$ . В ответ запишите значение производной в точке  $x = 2$ .

### Решение

Для нахождения производной воспользуемся таблицей производных.

Найдем в таблице производную степенной функции:  $(x^n)' = nx^{n-1}$ . Учтем, что производная константы равна нулю. А также то, что производная алгебраической суммы нескольких функций равна алгебраической сумме производных этих функций, т. е.  $(U + V)' = U' + V'$ .

Следовательно, производная функции  $f(x)$  равна:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^5)' + 2(x^3)' - 10(x^2)' + (10)' = \\ &= 5x^{5-1} + 2 \cdot 3x^{3-1} - 10 \cdot 2x^{2-1} + 0 = 5x^4 + 6x^2 - 20x. \end{aligned}$$

Вычислим значение производной функции в точке  $x = 2$ . Для этого подставим в полученную производную:  $x = 2$ .

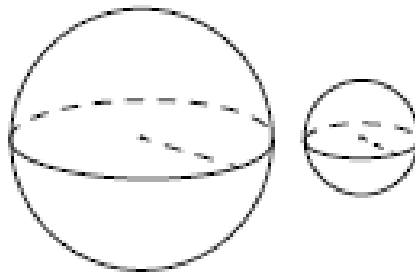
$$f'(2) = 5 \cdot 2^4 + 6 \cdot 2^2 - 20 \cdot 2 = 5 \cdot 16 + 6 \cdot 4 - 40 = 80 + 24 - 40 = 64.$$

**Правильный ответ:** 64.

(4 балла)

### Вопрос 13

Даны два шара радиусами 12 и 2. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



### Решение

Применим формулу для нахождения площади поверхности шара:  $S = 4\pi R^2$ . Обозначим площадь поверхности большего шара и его радиус –  $S_2$

и  $R_2$ , площадь поверхности меньшего шара и его радиус –  $S_1$  и  $R_1$ . Запишем отношение площади большего шара к площади меньшего шара, подставив в формулу радиусы шаров:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi R_2^2}{4\pi R_1^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{12^2}{2^2} = \frac{144}{4} = 36.$$

Получили – площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего шара в 36 раз.

**Правильный ответ:** 36.

(9 баллов)

#### Вопрос 14

Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе запишите сумму всех его корней.

$$8 \cdot 2^{x^2+8} = 2^{-6x+3}.$$

#### Решение

Легко заметить, что число 8 можно представить следующим образом:  $8 = 2^3$ . С учетом этого факта перепишем уравнение в следующем виде:

$$2^3 \cdot 2^{x^2+8} = 2^{-6x+3}.$$

Известно, что при умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляем без изменений, а показатели степеней складываем. Соответственно выражение принимает вид:

$$2^{3+x^2+8} = 2^{-6x+3}.$$

Чтобы найти неизвестное  $x$ , необходимо приравнять степени:

$$3 + x^2 + 8 = -6x + 3.$$

Перенесем все члены уравнения в левую часть:

$$3 + x^2 + 8 + 6x - 3 = 0$$

и получим квадратное уравнение:  $x^2 + 6x + 8 = 0$ .

Так как коэффициент при  $x^2 = 1$ , то найдем корни уравнения по теореме Виета. Согласно данной теореме,  $x_1 \cdot x_2 = 8$ ,  $x_1 + x_2 = -6$ .

Получаем:  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = -4$ .

По условию задачи в ответ необходимо записать сумму корней:

$$-2 + (-4) = -6.$$

**Правильный ответ:**  $-6$ .

(9 баллов)

### Вопрос 15

Найдите  $10 \cos(2\pi - \beta) + 17 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$ , если  $\cos \beta = \frac{2}{9}$ .

Ответ запишите в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

### Решение

Для решения данной задачи воспользуемся тригонометрическими формулами:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta.$$

Запишем  $\cos(2\pi - \beta)$  в соответствии с формулой косинуса разности углов:

$$\cos(2\pi - \beta) = \cos 2\pi \cdot \cos \beta + \sin 2\pi \cdot \sin \beta.$$

Известно, что  $\cos 2\pi = 1$ ,  $\sin 2\pi = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos \beta = \frac{2}{9}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\cos(2\pi - \beta) = \cos 2\pi \cdot \cos \beta + \sin 2\pi \cdot \sin \beta = 1 \cdot \frac{2}{9} + 0 \cdot \sin \beta = \frac{2}{9}.$$

Запишем  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$  в соответствии с формулой синуса разности углов:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos \beta - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin \beta.$$

Известно, что  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos\beta = \frac{2}{9}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 1 \cdot \frac{2}{9} - 0 \cdot \sin\beta = \frac{2}{9}.$$

Подставим полученные значения в исходное выражение и получим окончательный ответ:

$$10\cos(2\pi - \beta) + 17\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 10 \cdot \frac{2}{9} + 17 \cdot \frac{2}{9} = \frac{20}{9} + \frac{34}{9} = \frac{54}{9} = 6.$$

**Правильный ответ: 6.**

*(8 баллов)*

**Вариант 6**  
(с решениями)

**Вопрос 1**

Если сегодня вы вкладываете 100 000 руб. под 10% годовых на один год, то через год получите...

- a) 100 000 руб.
- b) 110 000 руб.
- c) 90 000 руб.
- d) 120 000 руб.

**Правильный ответ:** 110 000 руб.

(6 баллов)

**Вопрос 2**

Найдите значение выражения:  $\left(\frac{1}{3} + \frac{7}{6}\right) \div \frac{1}{6}$ .

**Решение**

Выражение, записанное в скобках, приведем к общему знаменателю, а деление на  $\frac{1}{6}$  заменим умножением на число 6. Выполнив элементарные преобразования, получаем:

$$\left(\frac{1 \cdot 2 + 1 \cdot 7}{6}\right) \cdot 6 = \frac{9}{6} \cdot 6 = 9.$$

**Правильный ответ:** 9.

(3 балла)

### Вопрос 3

Найдите значение выражения:  $(2\sqrt{15} + 6) \cdot (2\sqrt{15} - 6)$ .

### Решение

Для нахождения значения данного выражения необходимо воспользоваться формулами сокращенного умножения. Разность квадратов определяется следующим образом:  $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ . В нашем случае:  $a = 2\sqrt{15}$ ,  $b = 6$ . Подставив данные значения в формулу, получаем:

$$(2\sqrt{15} + 6) \cdot (2\sqrt{15} - 6) = (2\sqrt{15})^2 - 6^2 = 2^2 \cdot 15 - 36 = 60 - 36 = 24.$$

**Правильный ответ:** 24.

*(3 балла)*

### Вопрос 4

Годовая ставка сложных ссудных процентов равна 8%. Через сколько лет сумма, вложенная в банк по этой ставке, удвоится?

### Решение

Чтобы найти срок удвоения вложенной суммы, можно воспользоваться приближенной оценкой – «правилом 72». Необходимо число 72 разделить на ставку, выраженную целым числом:  $72/8 = 9$  лет.

**Правильный ответ:** 9.

*(3 балла)*

### Вопрос 5

В 2022 г. уровень ВВП в стране составил 52,4 млрд руб., а в 2023 г. – 54,9 млрд руб. Вычислите темп роста ВВП в 2023 г. Ответ дайте в процентах с точностью до одной цифры после десятичной запятой.

## Решение

Чтобы найти темп роста в процентах, необходимо текущее значение показателя разделить на предыдущее значение и умножить на 100%.

Рассчитаем показатель для 2023 г.:  $\frac{54,9}{52,4} \cdot 100\% \approx 104,77\%$ .

**Правильный ответ:** 104,8.

(6 баллов)

## Вопрос 6

Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке  $[-1; 1]$ .

А	Б	В	Г

Характеристики функций:

- 1) функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ ;
- 2) функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ ;
- 3) функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ ;
- 4) функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ .

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер:

А	Б	В	Г

### Решение

Точка максимума – это такая внутренняя точка графика, в которой значение функции больше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальный «холмик». Следовательно, характеристике «функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Г.

Точка минимума – такая внутренняя точка графика, в которой значение функции меньше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальная «ямка». Следовательно, характеристике «функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой В.

Функция  $y = f(x)$  убывает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) < f(x_1)$ . Следовательно, характеристике «функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой А.

Функция  $y = f(x)$  возрастает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) > f(x_1)$ . Следовательно, характеристике «функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Б.

### Правильный ответ:

А	Б	В	Г
3	4	2	1

(6 баллов)

### Вопрос 7

Дана функция:  $y = -0,4x + 5$ . Найдите значение  $y$  при  $x = 5$ .

### Решение

Чтобы найти  $y$ , необходимо подставить значение  $x$  в выражение функции и выполнить арифметические действия.

Подставим  $x = 5$  в функцию  $y = -0,4x + 5$ :

$$y = -0,4 \cdot 5 + 5.$$

Выполним умножение:

$$y = -2 + 5.$$

Выполним сложение:

$$y = 3.$$

**Правильный ответ:** 3.

(4 балла)

### Вопрос 8

Найдите значение выражения:  $\frac{12 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ}$ .

### Решение

Воспользуемся тригонометрической формулой двойного угла:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Числитель выражения в соответствии с формулой двойного угла преобразуется следующим образом:

$$12 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 6 \cdot 2 \cdot \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 6 \cdot \sin(2 \cdot 120^\circ) = 6 \sin 240^\circ.$$

Подставим полученное выражение в исходное вместо числителя, в итоге получим:

$$\frac{12 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ} = \frac{6 \sin 240^\circ}{\sin 240^\circ} = 6.$$

**Правильный ответ:** 6.

(3 балла)

### Вопрос 9

Решите уравнение:  $x^2 + 4x + 3 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

### Решение

Если в квадратном уравнении вида  $ax^2 + bx + c = 0$  коэффициент  $a = 1$ , то можно воспользоваться теоремой Виета. Согласно данной теореме, произведение корней равно свободному члену  $c$ , а сумма корней – коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. То есть  $x_1 \cdot x_2 = c$ ,  $x_1 + x_2 = -b$ . Зададимся вопросом: произведение каких двух чисел равно 3? Очевидно, что это числа 1 и 3. Сумма этих чисел равна 4. По теореме Виета сумма корней должны быть равна коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. Коэффициент  $b = 4$ . Сумма корней должна быть равна  $= -4$ . Значит, корни уравнения будут такими:  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = -3$ . В задаче требуется в качестве ответа указать больший корень. Больший корень  $= -1$ .

**Правильный ответ:**  $-1$ .

(4 балла)

### Вопрос 10

Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} 10x + 2y = 240, \\ -15x + y = -100. \end{cases}$$

Укажите в ответе, чему равен  $y$ .

### Решение

Распишем решение по шагам.

*Первый шаг.* Выразим из второго уравнения системы  $y$ .

$$y = -100 + 15x.$$

*Второй шаг.* Подставим полученное выражение в первое уравнение вместо  $y$  и найдем  $x$ .

$$10x + 2(-100 + 15x) = 240$$

$$10x - 200 + 30x = 240$$

$$40x = 240 + 200$$

$$40x = 440$$

$$x = 11$$

*Третий шаг.* Подставим найденное значение  $x$  в выражение для  $y$ , полученное на первом шаге, и найдем  $y$ .

$$y = -100 + 15 \cdot 11 = -100 + 165 = 65.$$

В задаче в качестве ответа требуется указать, чему равен  $y$ . Получили  $y = 65$ .

**Правильный ответ:** 65.

(3 балла)

### Вопрос 11

Решите неравенство  $3x + 4(8x + 10) < 75$ .

a)  $x > 4$

b)  $x > 2$

c)  $x < 1$

d)  $x > 1$

### Решение

Чтобы решить неравенство, сначала нужно решить соответствующее уравнение:

$$3x + 4(8x + 10) = 75$$

$$3x + 32x + 40 = 75$$

$$35x = 35. \text{ Откуда } x = 1.$$

Данный корень является точкой смены знака в неравенстве. Возьмем точку, расположенную на числовой оси левее точки  $x = 1$ . Одной из таких точек будет точка  $x = 0$ . Подставим  $x = 0$  в исходное неравенство и проверим знак.

$$3 \cdot 0 + 4(8 \cdot 0 + 10) < 75$$

$$0 + 4(0 + 10) < 75$$

$$40 < 75$$

Видно, что неравенство выполняется. Следовательно, решение неравенства будет на числовой оси левее точки  $x = 1$ , т. е. при  $x < 1$ .

**Правильный ответ:**  $x < 1$ .

(3 балла)

## Вопрос 12

Найдите производную функции:  $f(x) = 10x^8 - 6x^6 + 5x^4 - 3x$ . В ответ запишите значение производной в точке  $x = 1$ .

### Решение

Для нахождения производной воспользуемся таблицей производных.

Найдем в таблице производную степенной функции:  $(x^n)' = nx^{n-1}$ . Учтем, что производная константы равна нулю. А также то, что производная алгебраической суммы нескольких функций равна алгебраической сумме производных этих функций, т. е.  $(U + V)' = U' + V'$ .

Следовательно, производная функции  $f(x)$  равна:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 10(x^8)' - 6(x^6)' + 5(x^4)' - 3(x)' = \\ &= 10 \cdot 8x^{8-1} - 6 \cdot 6x^{6-1} + 5 \cdot 4x^{4-1} - 3 \cdot 1 = \\ &= 80x^7 - 36x^5 + 20x^3 - 3. \end{aligned}$$

Вычислим значение производной функции в точке  $x = 1$ . Для этого подставим в полученную производную:  $x = 1$ .

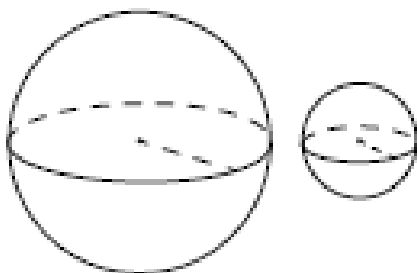
$$f'(1) = 80 \cdot 1^7 - 36 \cdot 1^5 + 20 \cdot 1^3 - 3 = 80 - 36 + 20 - 3 = 61.$$

**Правильный ответ:** 61.

(4 балла)

### Вопрос 13

Даны два шара радиусами 16 и 4. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



### Решение

Применим формулу для нахождения площади поверхности шара:  $S = 4\pi R^2$ . Обозначим площадь поверхности большего шара и его радиус –  $S_2$  и  $R_2$ , площадь поверхности меньшего шара и его радиус –  $S_1$  и  $R_1$ . Запишем отношение площади большего шара к площади меньшего шара, подставив в формулу радиусы шаров:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi R_2^2}{4\pi R_1^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{16^2}{4^2} = \frac{256}{16} = 16.$$

Получили – площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего шара в 16 раз.

**Правильный ответ: 16.**

*(9 баллов)*

### Вопрос 14

Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе запишите сумму всех его корней.

$$64 \cdot 4^{2x^2+4} = 4^{x^2-2x+15}.$$

### Решение

Легко заметить, что число 64 можно представить следующим образом:  $64 = 4^3$ . С учетом этого факта перепишем уравнение в следующем виде:

$$4^3 \cdot 4^{2x^2+4} = 4^{x^2-2x+15}.$$

Известно, что при умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляем без изменений, а показатели степеней складываем. Соответственно, выражение принимает вид:

$$4^{3+2x^2+4} = 4^{x^2-2x+15}.$$

Чтобы найти неизвестное  $x$ , необходимо приравнять степени:

$$3 + 2x^2 + 4 = x^2 - 2x + 15.$$

Перенесем все члены уравнения в левую часть:

$$3 + 2x^2 + 4 - x^2 + 2x - 15 = 0$$

и получим квадратное уравнение:  $x^2 + 2x - 8 = 0$ .

Так как коэффициент при  $x^2 = 1$ , то найдем корни уравнения по теореме Виета. Согласно данной теореме,  $x_1 \cdot x_2 = -8$ ,  $x_1 + x_2 = -2$ .

Получаем:  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = -4$ .

По условию задачи в ответ необходимо записать сумму корней:

$$2 + (-4) = -2.$$

**Правильный ответ:**  $-2$ .

(9 баллов)

### Вопрос 15

Найдите  $6 \cos(\pi - \beta) + 18 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$ , если  $\cos \beta = \frac{1}{3}$ .

Ответ запишите в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

### Решение

Для решения данной задачи воспользуемся тригонометрическими формулами:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta.$$

Запишем  $\cos(\pi - \beta)$  в соответствии с формулой косинуса разности углов:

$$\cos(\pi - \beta) = \cos \pi \cdot \cos \beta + \sin \pi \cdot \sin \beta.$$

Известно, что  $\cos \pi = -1$ ,  $\sin \pi = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos \beta = \frac{1}{3}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\cos(\pi - \beta) = \cos \pi \cdot \cos \beta + \sin \pi \cdot \sin \beta = -1 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \sin \beta = -\frac{1}{3}.$$

Запишем  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$  в соответствии с формулой синуса разности углов:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos \beta - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin \beta.$$

Известно, что  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos \beta = \frac{1}{3}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 1 \cdot \frac{1}{3} - 0 \cdot \sin \beta = \frac{1}{3}.$$

Подставим полученные значения в исходное выражение и получим окончательный ответ:

$$6 \cos(\pi - \beta) + 18 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 18 \cdot \frac{1}{3} = -2 + 6 = 4.$$

**Правильный ответ:** 4.

(8 баллов)

**Вариант 7**  
(с решениями)

**Вопрос 1**

Ставка, по которой начисляются проценты на первоначальную сумму долга, называется...

- a) ссудной (процентной) ставкой.
- b) учетной ставкой.
- c) инфляционной ставкой.
- d) реальной ставкой.

**Правильный ответ:** ссудной (процентной) ставкой.

(6 баллов)

**Вопрос 2**

Найдите значение выражения:  $\left(\frac{1}{3} + \frac{7}{6}\right) \div \frac{9}{6}$ .

**Решение**

Выражение, записанное в скобках, приведем к общему знаменателю, а деление на  $\frac{9}{6}$  заменим умножением на число  $\frac{6}{9}$ . Выполнив элементарные преобразования, получаем:

$$\left(\frac{1 \cdot 2 + 1 \cdot 7}{6}\right) \cdot \frac{6}{9} = \frac{9}{6} \cdot \frac{6}{9} = 1.$$

**Правильный ответ:** 1.

(3 балла)

### Вопрос 3

Найдите значение выражения:  $(4\sqrt{15} - 5) \cdot (4\sqrt{15} + 5)$ .

#### Решение

Для нахождения значения данного выражения необходимо воспользоваться формулами сокращенного умножения. Разность квадратов определяется следующим образом:  $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ . В нашем случае:  $a = 4\sqrt{15}$ ,  $b = 5$ .

Подставив данные значения в формулу, получаем

$$(4\sqrt{15} - 5) \cdot (4\sqrt{15} + 5) = (4\sqrt{15})^2 - 5^2 = 4^2 \cdot 15 - 25 = 240 - 25 = 215.$$

**Правильный ответ:** 215.

*(3 балла)*

### Вопрос 4

Годовая ставка сложных ссудных процентов равна 9%. Через сколько лет сумма, вложенная в банк по этой ставке, удвоится?

#### Решение

Чтобы найти срок удвоения вложенной суммы, можно воспользоваться приближенной оценкой – «правилом 72». Необходимо число 72 разделить на ставку, выраженную целым числом:  $72/9 = 8$  лет.

**Правильный ответ:** 8.

*(3 балла)*

### Вопрос 5

В 2022 г. уровень безработицы в стране составил 6,2%, а в 2023 г. – 6,8%. Вычислите темп прироста безработицы в 2023 г. Ответ дайте в процентах с точностью до одной цифры после десятичной запятой.

## Решение

Чтобы найти темп прироста в процентах, необходимо разность между текущим и предыдущим значением показателя разделить на предыдущее значение и умножить на 100%.

Рассчитаем показатель для 2023 г.:

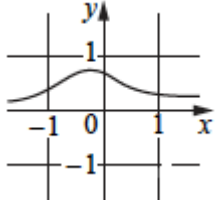
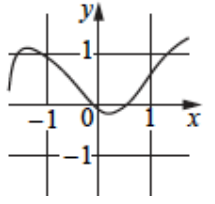
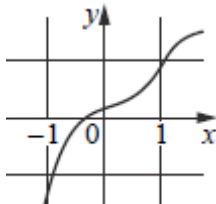
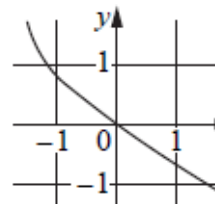
$$\frac{6,8 - 6,2}{6,2} \cdot 100\% = \frac{0,6}{6,2} \cdot 100\% \approx 9,67\%.$$

**Правильный ответ:** 9,7.

(6 баллов)

## Вопрос 6

Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке  $[-1; 1]$ .

А	Б	В	Г
			

Характеристики функций:

- 1) функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ ;
- 2) функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ ;
- 3) функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ ;
- 4) функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ .

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

### Решение

Точка максимума – это такая внутренняя точка графика, в которой значение функции больше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальный «холмик». Следовательно, характеристике «функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой А.

Точка минимума – такая внутренняя точка графика, в которой значение функции меньше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальная «ямка». Следовательно, характеристике «функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Б.

Функция  $y = f(x)$  убывает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) < f(x_1)$ . Следовательно, характеристике «функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Г.

Функция  $y = f(x)$  возрастает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) > f(x_1)$ . Следовательно, характеристике «функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой В.

### Правильный ответ:

А	Б	В	Г
1	2	4	3

(6 баллов)

### Вопрос 7

Дана функция:  $y = 3x - 4$ . Найдите значение  $y$  при  $x = 9$ .

### Решение

Чтобы найти  $y$ , необходимо подставить значение  $x$  в выражение функции и выполнить арифметические действия.

Подставим  $x = 9$  в функцию  $y = 3x - 4$ :

$$y = 3 \cdot 9 - 4.$$

Выполним умножение:

$$y = 27 - 4.$$

Выполним вычитание:

$$y = 23.$$

**Правильный ответ:** 23.

(4 балла)

### Вопрос 8

Найдите значение выражения:  $\frac{6 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ}$ .

### Решение

Воспользуемся тригонометрической формулой двойного угла:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Числитель выражения в соответствии с формулой двойного угла преобразуется следующим образом:

$$6 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 3 \cdot 2 \cdot \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 3 \cdot \sin(2 \cdot 120^\circ) = 3 \sin 240^\circ.$$

Подставим полученное выражение в исходное вместо числителя, в итоге получим:

$$\frac{6 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ} = \frac{3 \sin 240^\circ}{\sin 240^\circ} = 3.$$

**Правильный ответ:** 3.

(3 балла)

### Вопрос 9

Решите уравнение:  $x^2 - 7x + 12 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

### Решение

Если в квадратном уравнении вида  $ax^2 + bx + c = 0$  коэффициент  $a = 1$ , то можно воспользоваться теоремой Виета. Согласно данной теореме, произведение корней равно свободному члену  $c$ , а сумма корней – коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. То есть  $x_1 \cdot x_2 = c$ ,  $x_1 + x_2 = -b$ . Зададимся вопросом: произведение каких двух чисел равно 12? Очевидно, что это числа 4 и 3. Сумма этих чисел равна 7. По теореме Виета сумма корней должны быть равна коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. Коэффициент  $b = -7$ . Сумма корней должна быть равна 7. Значит, корни уравнения будут такими:  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 4$ . В задаче требуется в качестве ответа указать больший корень. Больший корень = 4.

**Правильный ответ:** 4.

(4 балла)

### Вопрос 10

Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} 10x + 2y = 240, \\ 3x + y = -140. \end{cases}$$

Укажите в ответе, чему равен  $y$ .

### Решение

Распишем решение по шагам.

*Первый шаг.* Выразим из второго уравнения системы  $y$ .

$$y = -140 - 3x.$$

*Второй шаг.* Подставим полученное выражение в первое уравнение вместо  $y$  и найдем  $x$ .

$$10x + 2(-140 - 3x) = 240$$

$$10x - 280 - 6x = 240$$

$$4x = 240 + 280$$

$$4x = 520$$

$$x = 130$$

*Третий шаг.* Подставим найденное значение  $x$  в выражение для  $y$ , полученное на первом шаге, и найдем  $y$ .

$$y = -140 - 3x = -140 - 3 \cdot 130 = -140 - 390 = -530.$$

В задаче требуется в качестве ответа указать, чему равен  $y$ . Получили  $y = -530$ .

**Правильный ответ:**  $-530$ .

(3 балла)

### Вопрос 11

Решите неравенство  $3x + 4(8x + 10) < 110$ .

a)  $x < 2$

b)  $x > 2$

c)  $x < 1$

d)  $x > 1$

### Решение

Чтобы решить неравенство, сначала нужно решить соответствующее уравнение:

$$3x + 4(8x + 10) = 110$$

$$3x + 32x + 40 = 110$$

$$35x = 70. \text{ Откуда } x = 2.$$

Данный корень является точкой смены знака в неравенстве. Возьмем точку, расположенную на числовой оси левее точки  $x = 2$ . Одной из таких точек будет точка  $x = 0$ . Подставим  $x = 0$  в исходное неравенство и проверим знак.

$$3 \cdot 0 + 4(8 \cdot 0 + 10) < 110$$

$$0 + 4(0 + 10) < 110$$

$$40 < 110$$

Видно, что неравенство выполняется. Следовательно, решение неравенства будет на числовой оси левее точки  $x = 2$ , т. е. при  $x < 2$ .

**Правильный ответ:**  $x < 2$ .

(3 балла)

## Вопрос 12

Найдите производную функции:  $f(x) = 5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 10$ . В ответ запишите значение производной в точке  $x = 1$ .

## Решение

Для нахождения производной воспользуемся таблицей производных.

Найдем в таблице производную степенной функции:  $(x^n)' = nx^{n-1}$ . Учтем, что производная константы равна нулю. А также то, что производная алгебраической суммы нескольких функций равна алгебраической сумме производных этих функций, т. е.  $(U + V)' = U' + V'$ .

Следовательно, производная функции  $f(x)$  равна:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 5(x^4)' + 3(x^3)' - 4(x^2)' + 10' = \\ &= 5 \cdot 4x^{4-1} + 3 \cdot 3x^{3-1} - 4 \cdot 2x^{2-1} + 0 = \\ &= 20x^3 + 9x^2 - 8x. \end{aligned}$$

Вычислим значение производной функции в точке  $x = 1$ . Для этого подставим в полученную производную:  $x = 1$ .

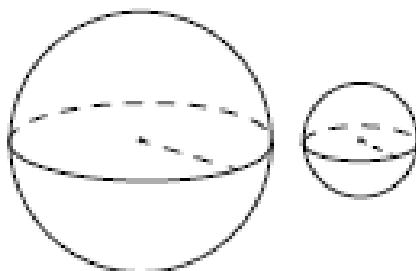
$$f'(1) = 20 \cdot 1^3 + 9 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1 = 20 + 9 - 8 = 21.$$

**Правильный ответ:** 21.

(4 балла)

### Вопрос 13

Даны два шара радиусами 10 и 2. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



### Решение

Применим формулу для нахождения площади поверхности шара:  $S = 4\pi R^2$ . Обозначим площадь поверхности большего шара и его радиус –  $S_2$  и  $R_2$ , площадь поверхности меньшего шара и его радиус –  $S_1$  и  $R_1$ . Запишем отношение площади большего шара к площади меньшего шара, подставив в формулу радиусы шаров:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi R_2^2}{4\pi R_1^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{10^2}{2^2} = \frac{100}{4} = 25.$$

Получили – площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего шара в 25 раз.

**Правильный ответ: 25.**

*(9 баллов)*

### Вопрос 14

Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе запишите сумму всех его корней.

$$64 \cdot 4^{2x^2+4} = 4^{x^2+2x+15}.$$

### Решение

Легко заметить, что число 64 можно представить следующим образом:  $64 = 4^3$ . С учетом этого факта перепишем уравнение в следующем виде:

$$4^3 \cdot 4^{2x^2+4} = 4^{x^2+2x+15}.$$

Известно, что при умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляем без изменений, а показатели степеней складываем. Соответственно, выражение принимает вид:

$$4^{3+2x^2+4} = 4^{x^2+2x+15}.$$

Чтобы найти неизвестное  $x$ , необходимо приравнять степени:

$$3 + 2x^2 + 4 = x^2 + 2x + 15.$$

Перенесем все члены уравнения в левую часть:

$$3 + 2x^2 + 4 - x^2 - 2x - 15 = 0$$

и получим квадратное уравнение:  $x^2 - 2x - 8 = 0$ .

Так как коэффициент при  $x^2 = 1$ , то найдем корни уравнения по теореме Виета. Согласно данной теореме,  $x_1 \cdot x_2 = -8$ ,  $x_1 + x_2 = 2$ .

Получаем:  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 4$ .

По условию задачи в ответ необходимо записать сумму корней:

$$4 + (-2) = 2.$$

**Правильный ответ: 2.**

(9 баллов)

### Вопрос 15

Найдите  $6 \cos(\pi - \beta) + 21 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$ , если  $\cos \beta = \frac{1}{3}$ .

Ответ запишите в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

### Решение

Для решения данной задачи воспользуемся тригонометрическими формулами:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta.$$

Запишем  $\cos(\pi - \beta)$  в соответствии с формулой косинуса разности углов:

$$\cos(\pi - \beta) = \cos \pi \cdot \cos \beta + \sin \pi \cdot \sin \beta.$$

Известно, что  $\cos \pi = -1$ ,  $\sin \pi = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos \beta = \frac{1}{3}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\cos(\pi - \beta) = \cos \pi \cdot \cos \beta + \sin \pi \cdot \sin \beta = -1 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \sin \beta = -\frac{1}{3}.$$

Запишем  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$  в соответствии с формулой синуса разности углов:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos \beta - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin \beta.$$

Известно, что  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos \beta = \frac{1}{3}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 1 \cdot \frac{1}{3} - 0 \cdot \sin \beta = \frac{1}{3}.$$

Подставим полученные значения в исходное выражение и получим окончательный ответ:

$$6 \cos(\pi - \beta) + 21 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 21 \cdot \frac{1}{3} = -2 + 7 = 5.$$

**Правильный ответ: 5.**

(8 баллов)

**Вариант 8**  
(с решениями)

**Вопрос 1**

Что происходит с приведенной (текущей) стоимостью, если увеличивается ставка дисконтирования?

- a) Увеличивается
- b) Уменьшается
- c) Не изменяется
- d) Зависит от срока

**Правильный ответ:** уменьшается.

(6 баллов)

**Вопрос 2**

Найдите значение выражения:  $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) \div \frac{1}{6}$ .

**Решение**

Выражение, записанное в скобках, приведем к общему знаменателю, а деление на  $\frac{1}{6}$  заменим умножением на число 6. Выполнив элементарные преобразования, получаем:

$$\left(\frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot 1}{6}\right) \cdot 6 = \frac{5}{6} \cdot 6 = 5.$$

**Правильный ответ:** 5.

(3 балла)

### Вопрос 3

Найдите значение выражения:  $(3\sqrt{15} - 1) \cdot (3\sqrt{15} + 1)$ .

### Решение

Для нахождения значения данного выражения необходимо воспользоваться формулами сокращенного умножения. Разность квадратов определяется следующим образом:  $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ . В нашем случае  $a = 3\sqrt{15}$ ,  $b = 1$ .

Подставив данные значения в формулу, получаем

$$(3\sqrt{15} - 1) \cdot (3\sqrt{15} + 1) = (3\sqrt{15})^2 - 1^2 = 3^2 \cdot 15 - 1 = 135 - 1 = 134.$$

**Правильный ответ:** 134.

*(3 балла)*

### Вопрос 4

Согласно новому финансовому соглашению, платеж в 100 тыс. руб. со сроком уплаты 5 мая 2023 г. заменяется платежом со сроком уплаты 5 мая 2024 г.

Чему будет равен новый платеж, если используется сложная ставка 15% годовых?

### Решение

Величину нового платежа необходимо вычислить по формуле:

$$100 \cdot (1 + \{\text{Ставка в виде десятичной дроби}\} \cdot \{\text{Срок переноса платежа в годах}\}).$$

Подставив данные в формулу, получим:

$$100 \cdot (1 + 0,15 \cdot 1) = 115 \text{ тыс. руб.}$$

**Правильный ответ:** 115.

*(3 балла)*

### Вопрос 5

В 2021 г. уровень инфляции в стране составил 7,2%, а в 2022 г. – 6,5%.

Найдите абсолютный прирост (убыль) уровня инфляции в 2022 г. по сравнению с 2021 г.

Ответ дайте в процентах с точностью до одной цифры после десятичной запятой.

### Решение

Чтобы найти абсолютный прирост (убыль) показателя, необходимо из значения в текущем периоде вычесть значение в предыдущем периоде.

$$\text{Абсолютный прирост} = 6,5\% - 7,2\% = -0,7\%.$$

**Правильный ответ:**  $-0,7$ .

(6 баллов)

### Вопрос 6

Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке  $[-1; 1]$ .

А	Б	В	Г

Характеристики функций:

- 1) функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ ;
- 2) функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ ;
- 3) функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ ;
- 4) функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ .

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

### Решение

Точка максимума – это такая внутренняя точка графика, в которой значение функции больше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальный «холмик». Следовательно, характеристике «функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Г.

Точка минимума – такая внутренняя точка графика, в которой значение функции меньше, чем во всех достаточно близких к ней точках. На графике выглядит как локальная «ямка». Следовательно, характеристике «функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой В.

Функция  $y = f(x)$  убывает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) < f(x_1)$ . Следовательно, характеристике «функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой А.

Функция  $y = f(x)$  возрастает на множестве  $M$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$ , принадлежащих множеству  $M$ , из неравенства  $x_2 > x_1$  следует неравенство  $f(x_2) > f(x_1)$ . Следовательно, характеристике «функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ » соответствует график под буквой Б.

### Правильный ответ:

А	Б	В	Г
3	4	2	1

(6 баллов)

### Вопрос 7

Даны две линейные функции:

$$y = 3x - 4,$$

$$y = -x + 8.$$

Найдите координату  $x$  точки пересечения их графиков.

### Решение

Чтобы найти координату  $x$  точки пересечения графиков, нужно приравнять правые части функций, т. к. в точке пересечения значения  $y$  обеих функций одинаковы. Таким образом, решение полученного уравнения дает значение  $x$ , которое и является координатой  $x$  точки пересечения графиков.

1. Приравниваем правые части функций:

$$3x - 4 = -x + 8.$$

2. Переносим слагаемые с  $x$  в левую часть, а числа – в правую:

$$3x + x = 8 + 4.$$

3. Упрощаем, складывая коэффициенты при  $x$  слева и числа справа:

$$4x = 12.$$

4. Находим  $x$ :

$$x = \frac{12}{4} = 3.$$

**Правильный ответ:** 3.

(4 балла)

### Вопрос 8

Найдите значение выражения:  $\frac{20 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ}$ .

### Решение

Воспользуемся тригонометрической формулой двойного угла:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Числитель выражения в соответствии с формулой двойного угла преобразуется следующим образом:

$$20 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 10 \cdot 2 \cdot \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ = 10 \cdot \sin(2 \cdot 120^\circ) = 10 \sin 240^\circ.$$

Подставим полученное выражение в исходное вместо числителя, в итоге получим:

$$\frac{20 \sin 120^\circ \cdot \cos 120^\circ}{\sin 240^\circ} = \frac{10 \sin 240^\circ}{\sin 240^\circ} = 10.$$

**Правильный ответ:** 10.

(3 балла)

### Вопрос 9

Решите уравнение:  $x^2 - x - 6 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

### Решение

Если в квадратном уравнении вида  $ax^2 + bx + c = 0$  коэффициент  $a = 1$ , то можно воспользоваться теоремой Виета. Согласно данной теореме, произведение корней равно свободному члену  $c$ , а сумма корней – коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. То есть  $x_1 \cdot x_2 = c$ ,  $x_1 + x_2 = -b$ . Зададимся вопросом: произведение каких двух чисел равно  $-6$ ? Очевидно, что это числа 2 и  $-3$  или  $-2$  и 3. По теореме Виета сумма корней должна быть равна коэффициенту  $b$ , взятому с противоположным знаком. Коэффициент  $b = -1$ . Следовательно, сумма корней должна быть равна 1. Значит, корни уравнения будут такими:  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 3$ . В задаче требуется в качестве ответа указать больший корень. Больший корень равен 3.

**Правильный ответ:** 3.

(4 балла)

### Вопрос 10

Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} 10x + 2y = 240, \\ 3x + y = 140. \end{cases}$$

Укажите в ответе, чему равен  $y$ .

### Решение

Распишем решение по шагам.

*Первый шаг.* Выразим из второго уравнения системы  $y$ .

$$y = 140 - 3x.$$

*Второй шаг.* Подставим полученное выражение в первое уравнение вместо  $y$  и найдем  $x$ .

$$10x + 2(140 - 3x) = 240$$

$$10x + 280 - 6x = 240$$

$$4x = 240 - 280$$

$$4x = -40$$

$$x = -10$$

*Третий шаг.* Подставим найденное значение  $x$  в выражение для  $y$ , полученное на первом шаге, и найдем  $y$ .

$$y = 140 - 3x = 140 - 3 \cdot (-10) = 140 + 30 = 170.$$

В задаче требуется в качестве ответа указать, чему равен  $y$ . Получили  $y = 170$ .

**Правильный ответ:** 170.

(3 балла)

### Вопрос 11

Решите неравенство  $3x + 4(8x + 10) < 145$ .

a)  $x > 3$

b)  $x > 2$

c)  $x < 3$

d)  $x > 1$

### Решение

Чтобы решить неравенство, сначала нужно решить соответствующее уравнение:

$$3x + 4(8x + 10) = 145$$

$$3x + 32x + 40 = 145$$

$$35x = 105. \text{ Откуда } x = 3.$$

Данный корень является точкой смены знака в неравенстве. Возьмем точку, расположенную на числовой оси левее точки  $x = 3$ . Одной из таких точек будет точка  $x = 0$ . Подставим  $x = 0$  в исходное неравенство и проверим знак.

$$3 \cdot 0 + 4(8 \cdot 0 + 10) < 145$$

$$0 + 4(0 + 10) < 145$$

$$40 < 145$$

Видно, что неравенство выполняется. Следовательно, решение неравенства будет на числовой оси левее точки  $x = 3$ , т. е. при  $x < 3$ .

**Правильный ответ:**  $x < 3$ .

(3 балла)

### Вопрос 12

Найдите производную функции:  $f(x) = 10x^5 - 6x^3 + 5x^2 - 3x$ . В ответ запишите значение производной в точке  $x = 1$ .

### Решение

Для нахождения производной воспользуемся таблицей производных.

Найдем в таблице производную степенной функции:  $(x^n)' = nx^{n-1}$ . Учтем, что производная константы равна нулю. А также то, что производная алгебраической суммы нескольких функций равна алгебраической сумме производных этих функций, т. е.  $(U + V)' = U' + V'$ .

Следовательно, производная функции  $f(x)$  равна:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 10(x^5)' - 6(x^3)' + 5(x^2)' - 3(x)' = \\ &= 10 \cdot 5x^{5-1} - 6 \cdot 3x^{3-1} + 5 \cdot 2x^{2-1} - 3 \cdot 1 = \\ &= 50x^4 - 18x^2 + 10x - 3. \end{aligned}$$

Вычислим значение производной функции в точке  $x = 1$ . Для этого подставим в полученную производную:  $x = 1$ .

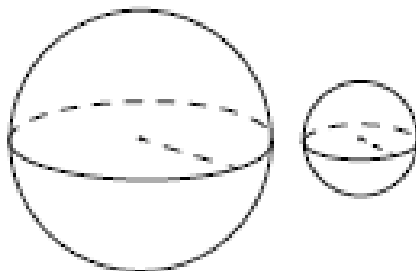
$$f'(1) = 50 \cdot 1^4 - 18 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1 - 3 = 50 - 18 + 10 - 3 = 39.$$

**Правильный ответ:** 39.

(4 балла)

### Вопрос 13

Даны два шара радиусами 10 и 5. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



### Решение

Применим формулу для нахождения площади поверхности шара:  $S = 4\pi R^2$ . Обозначим площадь поверхности большего шара и его радиус –  $S_2$  и  $R_2$ , площадь поверхности меньшего шара и его радиус –  $S_1$  и  $R_1$ . Запишем отношение площади большего шара к площади меньшего шара, подставив в формулу радиусы шаров:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi R_2^2}{4\pi R_1^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{10^2}{5^2} = \frac{100}{25} = 4.$$

Получили – площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего шара в 4 раза.

**Правильный ответ:** 4.

(9 баллов)

### Вопрос 14

Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе запишите сумму всех его корней.

$$27 \cdot 3^{2(x^2+4)} = 3^{x^2+5x+5}.$$

### Решение

Легко заметить, что число 27 можно представить следующим образом:  $27 = 3^3$ . С учетом этого факта перепишем уравнение в следующем виде:

$$3^3 \cdot 3^{2x^2+8} = 3^{x^2+5x+5}.$$

Известно, что при умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляем без изменений, а показатели степеней складываем. Соответственно, выражение принимает вид:

$$3^{3+2x^2+8} = 3^{x^2+5x+5}.$$

Чтобы найти неизвестное  $x$ , необходимо приравнять степени:

$$3 + 2x^2 + 8 = x^2 + 5x + 5.$$

Перенесем все члены уравнения в левую часть:

$$3 + 2x^2 + 8 - x^2 - 5x - 5 = 0$$

и получим квадратное уравнение:  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

Так как коэффициент при  $x^2 = 1$ , то найдем корни уравнения по теореме Виета. Согласно данной теореме,  $x_1 \cdot x_2 = 6$ ,  $x_1 + x_2 = 5$ .

Получаем:  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 3$ .

По условию задачи в ответ необходимо записать сумму корней:  $2 + 3 = 5$ .

**Правильный ответ: 5.**

(9 баллов)

### Вопрос 15

Найдите  $6 \cos(\pi - \beta) + 45 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$ , если  $\cos \beta = \frac{1}{3}$ .

Ответ запишите в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

### Решение

Для решения данной задачи воспользуемся тригонометрическими формулами:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta.$$

Запишем  $\cos(\pi - \beta)$  в соответствии с формулой косинуса разности углов:

$$\cos(\pi - \beta) = \cos \pi \cdot \cos \beta + \sin \pi \cdot \sin \beta.$$

Известно, что  $\cos \pi = -1$ ,  $\sin \pi = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos \beta = \frac{1}{3}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\cos(\pi - \beta) = \cos \pi \cdot \cos \beta + \sin \pi \cdot \sin \beta = -1 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \sin \beta = -\frac{1}{3}.$$

Запишем  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$  в соответствии с формулой синуса разности углов:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos \beta - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin \beta.$$

Известно, что  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ . Также по условию задачи задано:

$$\cos \beta = \frac{1}{3}.$$

В соответствии с этим перепишем выражение:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 1 \cdot \frac{1}{3} - 0 \cdot \sin \beta = \frac{1}{3}.$$

Подставим полученные значения в исходное выражение и получим окончательный ответ:

$$6 \cos(\pi - \beta) + 45 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 45 \cdot \frac{1}{3} = -2 + 15 = 13.$$

**Правильный ответ:** 13.

(8 баллов)